

III – 13. លំហាត់ មានចម្លើយ

ខ្ញុំ ជ្រើសតែ លំហាត់ បន្តិចបន្តួចទេ យកមកជូន ទុកគ្រាន់នឹងយល់ មេរៀនខាងលើនេះ ឲ្យកាន់តែច្បាស់។ បើសិនជា ខ្ញុំពន្យល់បន្ថែមពីសំនួរ សូមកុំយកការពន្យល់នោះ ជាចម្លើយ នៃលំហាត់ ពោលគឺ ត្រូវឆ្លើយតែទៅតាមសំនួរក្នុង លំហាត់ នោះគ្រប់ គ្រាន់ហើយ ។

III – 13 – 05

ចំពោះ ចំនួនគត់ n ណាមួយក៏ដោយ គេអាចផ្គុំ នឹង ចំនួន គត់ x ជំជាងគេ ដែលបំពេញ $x^2 \leq n$ ហើយ គេតាង $n = x^2 + y$ (ចំនួន x ហៅថា ឫសការេ ប្រហាក់ប្រហែល នៃ n) ។

a/ ចូរបង្ហាញថា ចំនួន x និង y មានលក្ខណៈកំណត់ដោយ វីឡាស្យុង

$$n = x^2 + y \text{ នឹង } y \leq 2x \text{ ។}$$

b/ បន្ទាប់មក ដោយ ប្រើលក្ខណៈនេះ ចូរបង្ហាញថា

ការអនុវត្តន៍ $n \rightarrow (x, y)$ បង្កើតបានជា បីសេចស្យុង ពី N ទៅលើសំនុំ ដែលមានធាតុ ជា គូ នៃចំនួនគត់ x, y ដែល បំពេញ $y \leq 2x$ ។

បង្ហាញ

1/ ដោយ $n = x^2 + y$ ជា សមីការ ដែល គេ កំណត់ រួចហើយ។ យើងនៅសល់តែ

$y \leq 2x$ ដែលត្រូវបង្ហាញ ។ ដោយ x ត្រូវបំពេញ លក្ខខណ្ឌ ជា ចំនួនគត់ ជំជាងគេ ដែល បំពេញ $x^2 \leq n$ យើងនឹងបកស្រាយ លក្ខខណ្ឌ នេះ ៖

តាមធម្ម បើ គេឲ្យ $n = 17$ នោះ $x^2 \leq n$ មានច្រើន ដូច ជា $2^2 \leq 17, \quad 3^2 \leq 17,$

$4^2 \leq 17$ ជាដើម ។ តែ បើគេបន្ថែម ថា x ដែលជំជាងគេនោះ មាន តែ $x = 4$ មួយ

ទេ ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ នេះ ។ ហេតុអ្វី បានជាថា $x = 4$ ជាងគេ ពីព្រោះ បើយក

$x = 5$ នោះ $x^2 = 25 > 17$ ។ ដែលខុសនឹង លក្ខខណ្ឌ $x^2 \leq n$ ។

រួមសេចក្តីទៅ ដើម្បី បកស្រាយ លក្ខខណ្ឌ ថា x ដែលជំពាងគេនោះ យើង សរសេរ ជា វិសមីការ (inéquation) $(x+1)^2 > n$ ។ ដែលឲ្យ $(x+1)^2 > x^2 + y \Rightarrow$
 $x^2 + 2x + 1 > x^2 + y$ ឬ $2x + 1 > y$ ឬ $2x \geq y$ ពីព្រោះចំនួនគត់ បន្ទាប់ពី $2x$ គឺ $2x + 1$ ។ ដូច្នេះ យើងអាចថ្លែងថា « ឫស ការប្រហាក់ប្រហែល នៃ ចំនួនគត់ n គឺ ចំនួន x គត់ ដែល បំពេញ លក្ខខណ្ឌ ៖

$$(C1) \quad n = x^2 + y \text{ និង } 2x \geq y \text{ » ។}$$

2/បញ្ជាក់ថា ការអនុវត្តន៍ $f : n \rightarrow (x, y)$ ជា បីសេចក្តីពី N ទៅលើសំនុំនៃគូ (x, y) ។

ដោយ លក្ខខណ្ឌ (C1) យើងឃើញថា ចំពោះ ចំនួន n ណាមួយក៏ដោយ នៅក្នុង N គេបាន ចំនួន គូ (x, y) តែមួយគត់ នៅក្នុង សំនុំ $N \times N$ ។ ហើយ បើ $n \in N$ និង $m \in N$, $f(n) = f(m)$ ឲ្យ ដោយនិយមន័យ របស់ x និង y ខាងលើ គេបាន៖

$$f(n) = (x, y) \text{ និង } f(m) = (x_1, y_1)$$

$$f(n) = f(m) \Rightarrow (x, y) = (x_1, y_1) \Rightarrow x = x_1 \text{ និង } y = y_1 \quad (C2) \text{ ។}$$

ហើយដោយ (C1) យើងបាន $n = x + y$ និង $m = x_1 + y_1$ ។ ដោយ (C2) យើងបាន $n = m$ ។ ដូច្នេះ f អាំងសេចក្តី។

បើកាលណា គេឲ្យ គូ (x, y) មួយនៅក្នុង $N \times N$ នោះតើគេអាចរក ចំនួនគត់ $n \in N$ មួយបានទេ? យើងឆ្លើយថាបាន ពីព្រោះតាម (C1) $n = x^2 + y$ ។

ដូច្នេះ f សៀសច្រើន។ ដោយ f អាំងសេចក្តីដែរនោះ ដូច្នេះ នៅទីបំផុត f បីសេចក្តី។