

លំហាត់ ទី ៨

P និង Q ជាពហុធាតុមូលីកា កំណត់ដោយ ៖

$$P = a_0 + a_1x + \cdots + a_px^p \quad ; \quad Q = b_0 + b_1x + \cdots + b_qx^q$$

គេ ផ្សំបានចំនួន $d(P, Q) = \sum_{i=0}^n |b_i - a_i|$ ដោយគេតាង $n = \sup(p, q)$ គឺ

n ស្មើនឹងចំនួនណា ដែលធំជាងគេរវាង ចំនួនគត់ p និង q ។

បញ្ជាក់ថា $d(P, Q)$ កំណត់ចម្ងាយមួយ (*définit une distance*) នៅលើសំនុំ នៃពហុធាតុ មាន មួយអថេរ ។

ចម្លើយ

ដោយ §2 ដើម្បីថា $d(P, Q)$ ជាចម្ងាយ លុះត្រាតែ ៖

1/ $d(P, Q) \geq 0$ ហើយ $d(P, Q) = 0 \Leftrightarrow P = Q$

2/ $d(P, Q) = d(Q, P)$

3/ $d(P, Q) \leq d(P, R) + d(R, Q)$ ដោយ R ជាពហុធាតុមួយនៃ សំនុំ នៃពហុធាតុ ។

A/ $d(P, Q) \geq 0$ ហើយ $d(P, Q) = 0 \Leftrightarrow P = Q$

ដោយ $d(P, Q) = \sum_{i=0}^n |b_i - a_i| \Rightarrow d(P, Q) \geq 0$ ពីព្រោះ $|b_i - a_i| \geq 0, \forall i$

$d(P, Q) = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=0}^n |b_i - a_i| = 0 \quad \forall i \Leftrightarrow |b_i - a_i| = 0 \quad \forall i \Leftrightarrow$

$a_i = b_i, \forall i \Leftrightarrow P = Q$ ។

B/ $d(P, Q) = \sum_{i=0}^n |b_i - a_i| = \sum_{i=0}^n |a_i - b_i| = d(Q, P)$

C/ យើង យក ពហុធាតុ R មួយកំណត់ដោយ ៖

$R = c_0 + c_1x + \cdots + c_rx^r$ ហើយ $n = \sup(p, q, r)$

យើងចង់បញ្ជាក់ថា $d(P, Q) \leq d(P, R) + d(R, Q)$

ដោយ a_i, b_i និង c_i ជាចំនួនពិត ហើយ តាមនិយមន័យ នៃ ចម្ងាយអឺគ្លីដ៍

(distance euclidienne) នៅលើ លំហ R^{n+1} (*espace R^n*)នោះ យើងមាន ៖

$$|b_i - a_i| \leq |b_i - c_i| + |c_i - a_i| \Rightarrow$$

$$\sum_{i=0}^n |b_i - a_i| \leq \sum_{i=0}^n |b_i - c_i| + \sum_{i=0}^n |c_i - a_i| \Leftrightarrow$$

$$d(P, Q) \leq d(P, R) + d(R, Q) \quad \forall$$

ដូច្នេះ $d(P, Q)$ ជា ចម្ងាយ កំណត់នៅលើ សំនុំ ពហុធា ។ (ចប់)

សន្និដ្ឋាន

យើង ឃើញថា ពហុធា ដែលមាន ដឺក្រេ n ដូចជា

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \text{ ដោយ } a_i \in R \text{ ចំពោះ ពហុធានោះ យើង}$$

អាច ផ្លាស់ប្តូរ នឹង ចំណុច A មួយនៅក្នុង R^{n+1} ដោយមានកូអរដោនេ

$(a_0, a_1, \dots, a_n)$ នៅក្នុងបាត $(1, x, x^2, \dots, x^n)$ ។ ដោយសន្មត $x^0 = 1$ នោះ

បាតទៅជា $(x^0, x^1, x^2, \dots, x^n)$ នៅក្នុងលំហ រ៉ូចទីវ៉ែល R^n ដោយ $n \geq 0$ ។

ដូច្នេះ ចំពោះ លំហតំបន់ បើយើង សន្មតថា p ជាចំនួន ជំពាងគេ ក្នុងចំណោម

ចំនួន (p, q, r) គឺថា $n = \sup(p, q, r)$ នោះយើងបាន៖

$$P(x) \rightarrow A(a_0, a_1, \dots, a_q, \dots, a_r, \dots, a_n)$$

$$Q(x) \rightarrow B(a_0, a_1, \dots, a_q, 0, 0, \dots, 0)$$

$$R(x) \rightarrow C(a_0, a_1, \dots, a_q, \dots, a_r, 0, 0, \dots, 0)$$

ហើយ វិសមភាព $d(P, Q) \leq d(P, R) + d(R, Q)$ គឺជាវិសមភាពនៃត្រីកោណ

$AB \leq AC + CB$ (*inégalité triangulaire*) ប្រវែងនៃជ្រុងមួយនៃត្រីកោណ ស្មើឬ

តូចជាង ផលបូក នៃ ប្រវែងនៃជ្រុងពីរ ផ្សេងទៀតរបស់ត្រីកោណនោះ។

.....