អាន តាំគីម

សញ្ញាណ នៃ ស្ថិតិ

ភាគ ទី១

សម្រាប់ថ្នាក់ទីបញ្ចប់នៅ មធ្យមសិក្សា

ឬ ឆ្នាំដំបូងនៅមហាវិទ្យាល័យ វិទ្យាសាស្ត្រសេដ្ឋកិច្ច

សរសេរផ្សាយតាម អ៊ីនធើណេត

www.btkhmer.com

នៅ ប្រទេសបារាំង

ព.ស. ២៥៦៣ គ.ស. ២០២០

អ្នកនិពន្ធខ្ញុំអនុញ្ញាតលោកអ្នកអាចយកអត្ថបទខ្លះ ឬ សៀវភៅនេះទៅបោះពុម្ពបានដោយសេរី ។

Tous droits de diffusion, de reproduction, d'adaptation et de traduction réservés pour tous pays.

Website : www.btkhmer.com

សៀវភៅដែលខ្ញុំបានផ្សាយ រួចហើយ (*)

1- Méthode Pratique de la Méditation.

[4ème édition - 2015 - Editions ANN AMATA]
2-Le Bouddhisme (son origine, ses principes de base et ses applications dans la vie).
[2ème édition - 2006 - Editions de Vatt Bodhivansa]
3-Hommage au Triple Joyau - Cérémonies religieuses et fêtes traditionnelles khmères.
[2014 - Editions de Vatt Bodhivansa]

4-នមស្ការព្រះរតនត្រ័យ (ពិធីបុណ្យព្រះពុទ្ធសាសនា និងបុណ្យប្រពៃណីខ្មែរ)

[2014 - បោះពុម្ពដោយ វត្តពោធិវង្ស ប្រទេសបារាំង]។

5- ប្រយោជន៍ នៃការកាន់ព្រះពុទ្ធសាសនា តាមការយល់និងការពិសោធន៍ខ្លះរបស់ខ្ញុំ

[2017 - បោះពុម្ពដោយ វត្តពោធិវង្ស ប្រទេសបារាំង]

6- សេរី ហ្វួរីយេ (série Fourier)

7- ដេរីវេ (Dérivée)

8- ការប្រើ ដេរីវេ (Utilisation des dérivées)

9-ការបំប្លែង ឡាប្លាស (Transformation de Laplace)

10- ការបំប្លែង ឡាប្លាស (តចប់)

11- សញ្ញាណ នៃ ការសិក្សាគណិតសាស្ត្រ នៅទុតិយភូមិ ។

(*) លោកអ្នកអាចអានសៀវភៅដែលខ្ញុំបានសរសេរហើយ នៅ វេបសាយត៍ (website)

www.btkhmer.com (ទាំងបារាំង ទាំងខ្មែរ) ។

ខ្ញុំសូមឧទ្ទិស កុសលផលបុណ្យ ដែលបានកើតឡើងអំពីធម្មទាននេះ

ជូនចំពោះ លោកអ្នកដ៏មានគុណទាំងឡាយ ដែលធ្វើមរណកាលទៅហើយ

មាន មាតា បិតា ជីដូនជីតា គ្រូឧបជ្ឈាយាចារ្យ បង ប្អូន មីងមា ទាំងអស់
និង សព្វសត្វទាំងអស់ ។
ប្រសិនបើជានៅមានទុក្ខ សូមឲ្យឆាប់រួចចាកទុក្ខនោះ បានដូចសេចក្តីប្រាថ្នា ។

I. អារម្ភកថា

ដោយខ្ញុំ បានសរសេរ ជាភាសាខ្មែរ នូវ គណិតសាស្ត្រ កម្រិតមធ្យម សម្រាប់ និស្សិត ឆ្នាំដំបូង ខាង រូបសាស្ត្រ (la physique) និងខាង គណិតសាស្ត្រ (les mathématiques) ខ្លះហើយ នៅពេលនេះ ខ្ញុំចាប់សរសេរ សៀវភៅ ស្ថិតិ (Statistique) ខ្លះដែលអាចជាជំនួយខ្លះ ដល់និស្សិត ផ្នែកខាងសេដ្ឋកិច្ច (l'économie)។

ខ្ញុំសង្ឃឹមថាសៀវភៅនេះ អាចផ្តល់ប្រយោជន៍ខ្លះ ជូនលោកអ្នក ជាមិនខាន ។

សង់សៀម៉ាណ   ថ្ងៃទី ៩ មេសា ឆ្នាំ ២០២០ ។

*

*

*

មាតិកា --- ទំព័រ

ជំពូកទី១ - ពិពណ៌នា អំពី ស្ថិតិ នៃ ប្រជាពលរដ្ឋមួយក្រុម

(Description Statistique d'une population) ……………..…..…...…..13

I-1. ប្រជាជន ឯកតាស្ថិតិ (Population, Unités statistiques)…..15

I-2. គំរូ (Echantillon) ………………………………………..……….…18

I-3. ចរិតស្ថិតិ (Caractères statistiques) …………………...……18

ឧទាហរណ៍ និយមន័យ ម៉ូដាលីតេ

I-4. ចរិតគុណភាព ចរិតបរិមាណ (Caractères qualitatifs – Caractères quantitatifs). ………………………………………..……… 22

អថេរដាច់ (variable discrète) អថេរជាប់ (variable continue)

I-5. លំហាត់ មានចម្លើយ ……………………………………..………..23

លំហាត់ទី ១ …………………………………………………………………… 23

លំហាត់ទី ២……………………………………………………………………..26

លំហាត់ទី ៣……………………………………………………………………28

លំហាត់ទី ៤……………………………………………………………………30

លំហាត់ទី ៥……………………………………………………………………32

I-6. ការសង្កេតជាទូទៅ ……………………………………………..34

ជំពូកទី២ - ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ឬ សេរីស្ថិតិ (Distribution ou Séries statistiques) ……………………………………………………..37

II-1 ករណី ចរិតគុណភាព (Cas d'un caractère qualitatif) ..40

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង និងតារាងស្ថិតិ (distribution et tableau statistiques)

II-2 ករណី អថេរដាច់ (Cas d'une variable discrète)……….42

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង និងតារាងស្ថិតិ (distribution et tableau statistiques)

II-3 ករណី អថេរជាប់ (Cas d'une variable continue)………45

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង និងតារាងស្ថិតិ (distribution et tableau statistiques)

វិសាលភាព (étendue, amplitude) ចុងតែឈ្មោះ (extrémités nominales)

ចុងពិត(extrémités effectives) ផ្ចិតនៃថ្នាក់ (centre de classe) .

II-4 ការ បកស្រាយ វ៉ិចទរីយែល នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងដែលមាន មួយ អថេរ (Interprétation vectorielle des distributions à une variables) ……………………………………………..………….………51

II-5 អេហ្វេចទីហ្វ និង ហ្វ្រេកង់ (Effectifs et fréquences)…….52

អេហ្វេចទីហ្វ ហ្វ្រេកង់

II-6 អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម និង ហ្វ្រេកង់ បន្ថែម (Effectifs cumulés et fréquences cumulés)……………………..……….…..55

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ មាន ចរិតច្រើន

(Distributions statistiques à plusieurs caractères)

II-7 ឧទាហរណ៍ …………………………………………………..………..59

II-8 ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ពីរជង់ (Distributions statistiques doubles)…………………………………………………………………….60

និយមន័យ ឧទាហរណ៍ ការកត់ត្រាដែលប្រើនៅក្នុង ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ស្ថិតិពីរជង (notations utilisées dans les distributions statistiques doubles) ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម (distributions marginales) ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងមានល័ក្ខខ័ណ្ឌ (distributions conditionnelles).

II-9 លំហាត់មានចម្លើយ ……………………………………………………71

លំហាត់ទី ១ ……………………………………………………………71

លំហាត់ទី ២……………………………………………………………72

លំហាត់ទី ៣……………………………………………………………73

លំហាត់ទី ៤……………………………………………………………74

លំហាត់ទី ៥……………………………………………………………80

លំហាត់ទី ៦……………………………………………………………85

*

*

*

ជំពូកទី៣ - ដំណាងជាក្រាប នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ

(Représentations graphiques des distributions statistiques)….93

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ធម្មតា

(Distributions statistiques simples).

III-1 ករណី ចរិតគុណភាព (Cas d´un caractère qualitatif) …..94

ឧទាហរណ៍

III-2 ករណី អថេរដាច់ (Cas d´une variable discrète)…………..…97

ហីស្តូក្រាម (histogramme) ឧទាហរណ៍ អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង (fonction de répartition)

III-3 ករណី អថេរជាប់ (Cas d´une variable continue)……..……106

ហីស្តូក្រាម (histogramme) ឧទាហរណ៍ អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង (fonction de répartition)

*

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ពីរដង

(Distributions statistiques doubles).

III-4 ករណី ចរិតគុណភាព (cas de caractères qualitatifs)… 117

ឧទាហរណ៍

III-5 ករណីមាន ពីរអថេរ (Cas de deux variables)……………..122

III-6 លំហាត់មានចម្លើយ …………………………………………….123

លំហាត់ទី ១ ……………………………………………………….123

លំហាត់ទី ២…………………………………………………………..125

លំហាត់ទី ៣……………………………………………………….127

លំហាត់ទី ៤……………………………………………………….129

លំហាត់ទី ៥……………………………………………………….133

លំហាត់ទី ៦……………………………………………………….138

*

ជំពូកទី៤ - ឪសទ្រីប៊ុយស្យុង មានមួយអថេរ ៖ ចរិតលក្ខណៈ នៃទីតាំង (Distribution à une variable : caractéristiques de position)………………………………………………………………………..143

IV-1 ម៉ូត (ត្រួតគេ ឬ គ្របសង្កត់គេ) – Mode (ou la dominante)………………………………………………………………..145

ឧទាហរណ៍ និយមន័យ ការរកនូវម៉ូត

IV-2 ម៉េដ្យាន (នៅ ចំកណ្ដាល) (La médiane)……………………147

ឧទាហរណ៍ និយមន័យ ការរកនូវម៉េដ្យាន

IV-3 មធ្យមលេខគណិត (La moyenne arithmétique) ……..151

ឧទាហរណ៍ និយមន័យ គណនានូវមធ្យម (calcul de la moyenne)

ឧទាហរណ៍ ការបកស្រាយមធ្យមលេខគណិត ទៅតាមធរណីមាត្រ (interprétation géométrique de la moyenne arithmétique).

IV-4 មធ្យមតុល្យ (Moyenne pondérée)…………………………….160

ឧទាហរណ៍ និយមន័យ

IV-5 លំហាត់មានចម្លើយ 161

លំហាត់ទី ១ 161

លំហាត់ទី ២...165

ជំពូកទី៥ - ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង មានមួយអថេរ ៖ ចរិតលក្ខណៈ បែកខ្ញែកពីគ្នា (Distribution à une variable : caractéristique de dispersion) 167

V-1 ទំហំនៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ (Etendue d´une distribution statistique) 169

ឧទាហរណ៍ និយមន័យ

V-2 ការព្រែកឃ្លាត អាំងទែការទីល (Les écarts, interquartiles) 170

ឧទាហរណ៍ និយមន័យ

V-3 វ៉ារីយ៉ង់ និង គួយ៉ាង-ព្រែកឃ្លាត (Variance et

écart-type) ……………………………………………………..172

ឧទាហរណ៍ និយមន័យ ការបកស្រាយតាមធរណីមាត្រនៃ វ៉ារីយ៉ង់ និង តួយ៉ាង-ញែកឃ្លាត ការអនុវត្តន៍នូវ ការគណនានៃវ៉ារីយ៉ង់ និង តួយ៉ាង-ញែកឃ្លាត ឧទាហរណ៍

V-4 លំហាត់មានចម្លើយ ……………………………………180

លំហាត់ទី ១ ………………………………………………………….180

លំហាត់ទី ២…………………………………………………………..186

លំហាត់ទី ៣…………………………………………………………..187

អាំងដេច (INDEX)តាមតួអក្សរ ក ខ គ……………………189

អាំងដេច ខ្មែរ-បារាំង……(ក ខ គ)……………………… 189

អាំងដេច បារាំង-ខ្មែរ ……(A B C)…………………… 193

*

*

ជំពូកទី១

ពិពណ៌នា អំពី ស្ថិតិ នៃ ប្រជាជនមួយក្រុម

Description statistique d'une population.

ដោយគេពុំអាច ឲ្យនិយមន័យ ដ៏ច្បាស់លាស់ ពេញលេញ ចំពោះ វិទ្យាសាស្ត្រ ឬ បច្ចេកទេស ណាមួយនោះទេ។

នោះយើងគ្រាន់តែនិយាយថា ដើមឡើយ ស្ថិតិ គឺប្រមូល និង សិក្សា ពីពត៌មាន ដែលអាចរដ្ឋ ត្រូវការ ។ ដោយហេតុនេះហើយ បានជាដំបូងឡើយ ស្ថិតិ ផ្តល់នូវ ពត៌មាន ស្តីអំពី ៖

- ប្រជាជន (la population) ដូចជា ចំនួនប្រជាជន ចែកតាម ភេទ ប្រុស ឬ ស្រី ទៅតាមអាយុ ឬ ក៏ មុខរបរ កន្លែងស្នាក់នៅ ..... ។ល។
- សេដ្ឋកិច្ច ដូចជា ទ្រព្យសម្បត្តិ នៃប្រទេស ស្តុក (stock) នៃរបស់ហូបចុក ចំនួននាវា .... ។

តែក៏មិនត្រូវដែរ ដែលជឿថា ស្ថិតិ សម្រាប់តែប្រើក្នុង វិស័យ សេដ្ឋកិច្ច ឬ សង្គមតែប៉ុណ្ណោះ។ នៅសម័យនេះ គេប្រើ វិធីស្ថិតិ នៅវិស័យជាច្រើនទៀត ដែលក្រៅពី ប្រជាសាស្ត្រ (démographie) និង សេដ្ឋកិច្ច។ ជាពិសេស នៅ វិជ្ជាពេទ្យ (សុខាភិបាល នៃប្រជាពលរដ្ឋ មរណភាព ប្រសិទ្ធិភាពនៃការព្យាបាល.....) ផ្នែកកសិកម្ម (ស្រាវជ្រាវ

រើសពូជ ការសិក្សាពីរបៀបដាំ ការដាក់តម្លៃ ទៅតាមប្រសិទ្ធិភាពនៃដី......) ផ្នែកឧស្សាហកម្ម (របៀបរៀបចំការងារ ការគ្រប់គ្រង ការត្រួតពិនិត្យនូវ គុណភាពនៃរបស់ដែលប្រឌិត....) ផ្នែកសង្គមវិជ្ជា (ការស្ទង់ មតិ.....) ផ្នែកភាសាវិទ្យា (linguistique).....។ល។ នៅក្នុងជំពូកនេះ យើងបង្ហាញ នូវភាសាដែលប្រើក្នុង ស្ថិតិ ។ យើងនឹងឃើញថា ភាសា និង ទ្រឹស្តីនានា នៃ ស្ថិតិ និង សំនុំ (les ensembles)[1] មាន ទំនាក់ទំនងគ្នា យ៉ាងជិតស្និទ្ធ ។ ដូច្នេះ កាលណា អ្នកគណិតសាស្ត្រ និយាយអំពី សំនុំ ធាតុ សំនុំរង នៅពេលនោះ អ្នកខាង ស្ថិតិ ដោយរំលឹកអំពីដើមកំណើតនៃ ស្ថិតិ ដែលចេញពី ការសង្កេត ឬ ពីការពិពណ៌នា នូវ សង្គម មនុស្សលោក ក៏ប្រើពាក្យ ៖ ប្រជាជន (population) មនុស្ស (individu) ដែលជា ឯកតា នៃស្ថិតិ (unité statistique)[2] គំរូ (échantillon) ។

ក៏ដូចគ្នាដែរ រឺឡាស្យុង សមមូល (relation d'équivalence) ក៏មានទំនាក់ទំនងយ៉ាងជិតស្និទ្ធ នឹង លក្ខណៈស្ថិតិ (caractère statistique)។ ចំណែកឯ ការចែកសំនុំ ជាប៉ាទីស្យុង មកជា ការចែកសំនុំ ជាថ្នាក់សមមូល (classes d'équivalence) ក៏ផ្តួនឹង ការបំបែក ប្រជា

---

[1] ចំពោះ សញ្ញាណ នៃ សំនុំ ឬ រឺឡាស្យុងសមមូល ចូរមើល អត្ថបទ ទី១ នៃ គណិតសាស្ត្រ ក្នុង website : www.btkhmer.com នេះ ស្តីពី « មូលដ្ឋានផ្នែក សមហេតុ សមផល នៃ គណិតសាស្ត្រ (Bases logiques des mathématiques) » ។

[2] ចំពោះស្ថិតិ ឯកតា គឺ មនុស្ស មួយនាក់។ យើងមិនអាចថា ចំនួនមនុស្ស ស្មើនឹង 123,64 បានទេ ។ នេះ ក៏ដូច ចំនួន រថយន្ត នៅក្នុង ឧទ្យានដែរ ។

ជន (la population)ជា ថ្នាក់ (en classes) ឬ ជាបែបបទ នៃលក្ខណៈស្ថិតិ (ou modalités des caractères statistiques) ដែរ ។

*

I-1 ប្រជាជន - ឯកតាស្ថិតិ (POPULATION. UNITÉS STATI -STIQUES)

ក៏ដូចគណិតសាស្ត្រដែរ បារម្ភ ទី១ របស់អ្នកស្ថិតិ គឺ ត្រូវកំណត់ ឲ្យច្បាស់នូវ សំនុំយោង (ensemble de référence) ដែលនៅលើនោះ មានធ្វើការ សង្កេត (observations) ។

និយមន័យ :

***សំនុំ យោង ហៅថា ប្រជាជន* (population)**

***ជាតុនីមួយៗ របស់ សំនុំ ហៅថា មនុស្ស* (individu) ។**

ឧទាហរណ៍

នៅក្នុងឧទាហរណ៍ ដូចតទៅនេះ យើងនឹងឃើញថា ***ប្រជាជន*** *និង* ***ឯកតាស្ថិតិ*** *ដែលយើងសង្កេត តាមស្ថិតិ មាន « ប្រភេទ » (nature) ប្លែកៗ ពីគ្នា ៖ ចំពោះមនុស្ស ៖ ប្រជាជននៃប្រទេសណាមួយ អ្នកស៊ីឈ្នួលនៅសហគ្រាស ណាមួយ, …*

ចំពោះវត្ថុ ៖ បំណែកនៃគ្រឿងម៉ាស៊ីន នៅក្នុងឡូ (d'un lot) ចំនួនរថយន្តនៅក្នុងឧទ្យាន (dans un parc d'automobiles), …..

ការណ៍ អំពើ ៖ ចំនួន ទូរសព្ទ ដែល អ្នកលេខាបានទទួល ការមកដល់នៃនាវានៅកំពង់ផែ ការបរិភោគនូវរបស់ណាមួយ ការចេញដំណើរនៅពេលវិស្សមកាល, …..

ឯកតាផ្សំ ៖ តោន-គីឡូម៉ែត្រ អ្នកដំណើរ-គីឡូម៉ែត្រ ដែលបានជញ្ជូន ក្នុងរយពេលណាមួយ ដោយសហគ្រាសដឹកជញ្ជូន, ……

<u>និយមន័យ របស់ ប្រជាជន (Définition de la population)</u>

នៅ ស្ថិតិ និយមន័យ នៃប្រជាជន ដែលត្រូវសង្កេត ច្រើនតែ ឲ្យទៅតាម លក្ខណៈ របស់ជាតុ នៃសំនុំ ប្រជាជននោះ ។

<u>សង្កេត</u>

ជួនកាល និយមន័យនេះ អាចឲ្យមានជាចំណោទ ដូចខាងក្រោមនេះ៖

1- ដូច ថា ប្រជាជន នៃ ភូមិ ណាមួយ ។ តើ ត្រូវរាប់ កូនសិស្ស ដែលទៅរៀន ស៊ីបាយបួក ហើយរស់នៅឯសាលានៅក្រុងឯណោះឬទេ ? ដូច្នេះ ទៅតាមនិយមន័យ ដែលទទួលយក នោះចំនួន អាចមិនដូចគ្នា ។

2- ចំពោះ វិស្សមកាលនៃប្រជាជនខ្មែរ នេះជាប្រធានបទមួយ មើលទៅដូចជាងាយស្រួល តែខាងក្រៅប៉ុណ្ណោះទេ។ សំណួរមានដូចជា ៖

តើ ខ្មែរណាខ្លះ ? យកទាំងអស់ ឬ មួយយកតែអ្នកនៅក្រុង ?

ត្រូវរាប់ តែ អ្នកធ្វើការ ឬ មួយក៏ រាប់អ្នកមិនប្រកបការងារដែរ (មនុស្សចាស់ និស្សិត អ្នកធ្វើការនៅផ្ទះ) ?

វិស្សមកាល នៅផ្ទះ ឬ ចេញពីផ្ទះ ?

ដូច្នេះ និយមន័យមានច្រើន ហើយ អត្រា (taux) នៃអ្នកទៅវិស្សមកាល ក៏មានច្រើនដែរ ដូច្នេះ ការប្រកាសថា « មាន អត្រា 43,78 % » នោះគ្មានប្រយោជន៍ទេ បើមិនបានបញ្ជាក់ នូវ ភាគយក និង ភាគបែង (numérateur et dénominateur) នៃ អត្រានោះ។

3- ករណីខាងលើនេះ ពុំទាន់ជាពិបាកណាស់ណាទេ ។ បើ សិនជាគេ ចង់វាស់ពី កំរិតជីវភាព (niveau de vie) នៃប្រជាជន ក្នុងប្រទេសណាមួយវិញ នោះព្រឹត្តការណ៍បែបនេះពិតជាស្មុគស្មាញ ពីព្រោះ ត្រូវគិតដល់ ជំនាន់ (époque) ឬ រវាងប្រទេស នឹងប្រទេស ។

4- ពាក្យដដែល អាចយល់មិនដូចគ្នា ។ ឧទាហរណ៍ ដូចប្រាក់ខែ ចំពោះ អ្នកស៊ីឈ្នួល គឺគិតពីប្រាក់ដែលបានបើកនៅចុងខែម្តងៗ។ តែចំពោះថៅកែវិញ គឺប្រាក់ដែលត្រូវបង់ទាំងអស់ គឺថា មានទាំង បន្ទុកខាងសង្គមកិច្ច និងពន្ធអាករ នានា ថែមទៀត។

5- ឧទាហរណ៍ខ្លះៗ ខាងលើនេះ បង្ហាញនូវ ការប្រុងប្រយ័ត្ន របស់អ្នកស្ថិតិ ដែលត្រូវយល់នូវន័យ របស់ លេខ ដែលខ្លួនបាន ដើម្បីនឹងពន្យល់អ្នកប្រើប្រាស់ នូវ លេខនោះ ។ លទ្ធផល តែឯកឯង មិនមានន័យទេ ។ គឺនៅពេលណា ដែលមិនបានកំណត់ ដោយត្រឹមត្រូវ នូវ ធាតុទាំងឡាយដែលបានប្រើនោះហើយ ដែលគេ ធ្វើឲ្យ ស្ថិតិ ទៅជាកុហក ភូតភរ ។

I-2 គំរូ (ECHANTILLON)

កាលណាប្រជាជនច្រើនខ្លាំងពេក ឬ ក៏ ពុំអាច សង្កេតទាំងអស់បាន អ្នកស្ថិតិ ត្រូវរើស ទៅតាមល័ក្ខខ័ណ្ឌដែលបានបញ្ជាក់ នូវ សំនុំរង មួយ (un sous-

ensemble)ដែលហៅថា គំរូ (ឬ ឡូ) ដែលនៅលើនោះ គេធ្វើការ សង្កេត ។

ឧទាហរណ៍ (ក្នុងការស្រាវជ្រាវផ្នែកឧស្សាហកម្ម អនុវត្តលើកសិកម្ម)

តើត្រូវ សិក្សារបៀបណា នូវប្រសិទ្ធិភាពនៃថ្នាំសម្លាប់សត្វល្អិត សម្រាប់ដើមឈើឲ្យផ្លែ ? គឺពិតហើយ យើងមិនអាចបាញ់ថ្នាំនេះ គ្រប់តែដើមឈើឲ្យផ្លែទាំងអស់នោះទេ ។ ដូច្នេះ ថ្នាំនេះគេពិសោធតែទៅលើដើមឈើ នៅក្នុងចំការ ណាមួយ តែប៉ុណ្ណោះ។ ហើយបន្ទាប់មក គេកំណត់ លក្ខខណ្ឌនៃ ប្រសិទ្ធភាព ដូចជា ចំនួន សត្វល្អិត ដែលស្លាប់ ឬក៏ កំណើនផលិតផល នៃដើមឈើដែលបានបាញ់ថ្នាំ ។

*

I-3 ចរិតស្ថិតិ (CARACTERES STATISTIQUES)

ឧទាយហរណ៍

ប្រជាជន គឺ សំនុំនៃ រថយន្ត គ្រប់ប្រភេទ ដែលបាន មកចុះយកលេខ នៅថ្ងៃណាមួយ ហើយនិង នៅក្នុងខេត្តណាមួយ ។ សំនុំនោះ គេតាងដោយពាក្យថា ឧទ្យានរថយន្ត ។

ចំពោះ ឧទាហរណ៍នោះ គេអាច សួរថា ៖

តើ គេអាច បែងចែករថយន្តទាំងនោះ ទៅតាម អាយុ កម្លាំងសេះ ម៉ាក ចំនួនគីឡូម៉ែត្រ បើកក្នុងមួយឆ្នាំ ប្រាក់ចំណាយក្នុងការប្រើមួយឆ្នាំ របរនៃម្ចាស់រថយន្ត និងអាយុរបស់ម្ចាស់នោះ..... ជាដើម ។

បើយ៉ាងនេះ អាយុ កម្លាំងសេះ ម៉ាក..... គឺ ជា **ចរិតស្ថិតិ** នៃ រថយន្ត ទាំងនោះ។

ចំពោះ ចរិតអាយុ គេអាចកត់យក « **ម៉ូដាលីតេ** » ប្រាំ គឺ បែបបទ ប្រាំ ដូចតទៅ ៖

តិចជាងមួយឆ្នាំ (អាយុ < 1 ឆ្នាំ) ; ពីមួយឆ្នាំទៅពីរឆ្នាំ ($1 \le$ អាយុ < 2 ឆ្នាំ)

ពីពីរឆ្នាំទៅប្រាំឆ្នាំ ($2 \le$ អាយុ < 5 ឆ្នាំ) ; ពីប្រាំឆ្នាំទៅដប់ឆ្នាំ ($5 \le$ អាយុ < 10 ឆ្នាំ) ;

ពីដប់ឆ្នាំឡើងទៅ (អាយុ ≥ 10 ឆ្នាំ) ។

និយមន័យ (Définitions)

ប្រជាជន (គំរូ) ដែលនឹងសិក្សា យើងសន្មតថាយើង បាន កំណត់ ដោយល្អ ។ ធាតុ (ឯកតាស្ថិតិ) នីមួយៗ គឺផ្សេង ពីធាតុឯទៀតៗ (ដូចជា មនុស្សយើង ម្នាក់ៗ មានរូបរាងខុសៗគ្នា) ។ ចាប់ពីពេលដែល ចំនួន ធាតុកាន់តែច្រើនទៅ នោះអ្នកស្ថិតិ ដើម្បីនឹងដឹងធាតុនីមួយៗ នោះក៏កត់យកតែទិដ្ឋភាព ទ្រង់ទ្រាយខ្លះ (កម្មសិទ្ធិខ្លះ) ដែលគេហៅថា **ចរិតស្ថិតិ** (caractères statistiques)។

បន្ទាប់មក គេរៀបទុកដាក់នៅក្នុង « **ថ្នាក់** » (classe) តែមួយ ចំពោះ ធាតុទាំងអស់ណាដែល សមមូលនឹងគ្នា (គឺ អាចជំនួសគ្នាបាន) (équivalentes) ។

ថ្នាក់ នីមួយៗ ហៅថា « **ម៉ូដាលីតេ** » (modalité) នៃ ចរិតស្ថិតិ ដែលគេសិក្សានោះ

(du caractère statistique considéré) ។

ដូច្នេះ « **ម៉ូដាលីតេ** » (modalité) គឺជាក្រុម ជាថ្នាក់ ហើយជាតុនីមួយៗ ដែលនៅក្នុងថ្នាក់ជាមួយគ្នា ទាល់តែ មានចរិត សមមូលនឹងគ្នា គឺ អាចជំនួសគ្នាបាន។ ឧបមាដូច ថ្នាក់នៃសិស្ស ដែលមាន កំពស់ ពី ១ម30 ទៅ តិចជាង ១ម៤០ នោះ ម៉ូដាលីតេ ឬ ថ្នាក់ គឺចន្លោះ [1,30 , 1,40[ហើយសិស្ស ដែលមាន កំពស់ 1ម30 ឬ 1ម35 នោះនៅក្នុងថ្នាក់ជាមួយគ្នា។ ហើយសិស្ស ដែលមាន កំពស់ 1ម40 នោះនៅក្នុងថ្នាក់ផ្សេងមួយទៀត។

សង្កេត

យើងឃើញហើយថា **ថ្នាក់** ទាំងអស់ ៖

- ជា សំនុំដាច់ៗពីគ្នា បាន ន័យថា គ្មាន ធាតុ រួម ទេ ។
- គ្មានធាតុស្ថិតិណាមួយដែល មិនមាន ថ្នាក់ សម្រាប់ដាក់ធាតុនោះទេ។ បានន័យថា យើងបានពិនិត្យ គ្រប់ករណីអាច (les cas possibles) ទាំងអស់ ។

បើនិយាយតាម រីឡាស្យុង សមមូល ក្នុងទ្រឹស្តីសំនុំវិញនោះ យើងអាចថា ៖

-ចរិតស្ថិតិ គឺ ជា រីឡាស្យុង សមមូលមួយ កំណត់ លើប្រជាជាន ដែលត្រូវសង្កេត។

-ម៉ូដាលីតេ នីមួយៗ នៃ ចរិត គឺ ជាថ្នាក់ សមមូលមួយ ។

-អ្នកស្ថិតិ ធ្វើការ បែងចែក ប្រជាជន ជាថ្នាក់ ហើយបន្ទាប់មក បកស្រាយនូវសំនុំដើងលព្ធ (ensemble quotient) ។

បើយើងមើលឧទាហរណ៍ ស្តីពី ឧទ្យានរថយន្ត ខាងលើ យើងឃើញថា ៖

ម៉ូដាលីតេ (ថ្នាក់) មាន ៥ គឺ M1, M2, M3, M4, M5 ៖

M1 = $x < 1$ ដោយ x ចំនួនឆ្នាំ នៃ រថយន្ត (រថយន្តណា ដែលបានប្រើក្រោម ១ ឆ្នាំ)

M2 = $1 \le x < 2$ រថយន្ត ទាំងឡាយ ដែលបានប្រើ ពី ១ ឆ្នាំទៅ តែក្រោម ២ ឆ្នាំ

M3 = $2 \le x < 5$ រថយន្ត ទាំងឡាយ ដែលបានប្រើ ពី ២ ឆ្នាំទៅ តែក្រោម ៥ ឆ្នាំ

M4 = $5 \le x < 10$ រថយន្តទាំងឡាយ ដែលបានប្រើ ពី ៥ ឆ្នាំទៅ តែក្រោម ១០ ឆ្នាំ

M5 = $x \ge 10$ រថយន្តទាំងឡាយ ដែលបានប្រើ ពី ១០ ឆ្នាំ ឡើងទៅ ។

យើងឃើញថា បើរថយន្ត ណាមួយ នៅក្នុង សំនុំ M2 នោះវា មិនអាចនៅក្នុងសំនុំផ្សេង ទៀតបានឡើយ ។

វិឡាស្យុង សមមូល (R) គឺ ៖ « រថយន្ត មានអាយុ នៅក្នុង ចន្លោះ (intervalle) ដដែល ណាមួយ » ។

សំនុំដើងលព្ធ គឺ ៖ Q/R = { M1, M2, M3, M4, M5 } ។

ឧទ្យានរថយន្ត គឺ PARC = $M1 \cup M2 \cup M3 \cup M4 \cup M5$ ។

ហើយដោយ $M1 \cap M2 \cap M3 \cap M4 \cap M5 = \emptyset$ នោះគេថា គេបានចែកប្រជាជន ជា ផ្នែក ឬ ជា ក្រុម ឬ ជា ថ្នាក់ ដាច់ពីគ្នា។ តាមភាសាគណិតសាស្ត្រ គេចែក ប្រជាជន ជា ប៉ាទីស្យុង (មកពីពាក្យ parti ប័ក្ស ឬ partie ផ្នែក) ។

I-4 ចរិតគុណភាព - ចរិតបរិមាណ (CARACTERES QUALITATIFS – CARACTERES QUANTITATIFS).

1. ចរិត គុណភាព (Caractère qualitatif)

ចរិតស្ថិតិ ហៅថា គុណភាព កាលណា ចរិតនោះ គេមិនអាច វាស់វែងបាន ឬ មិនអាចគ្រិត ជាចំណាំបាន ។

<u>ឧទាហរណ៍</u>

មុខរបរ នៃមនុស្ស ម៉ាកនៃរថយន្ត ។

បញ្ជីនៃ **ម៉ូដាលីតេ** នៃចរិតគុណភាព ហៅថា **សារបាន** (nomenclature) ។

ម៉ូដាលីតេ មួយៗ ជា ធាតុនៃ សារបាន។ ហើយ គេ សំគាល់ម៉ូដាលីតេ នីមួយៗ ដោយ លេខ អត្តសញ្ញាណរបស់វា ។ សំនុំ នៃលេខទាំងនោះ ហៅថា **កូដ** (code) ។

នៅក្នុងសារបាន លេខរៀងនៃធាតុទាំងអស់ មិនបានគោរព តាមលំដាប់នៃតួអក្សរ ឡើយ ។ ដូចជា ចំពោះ ឈ្មោះខេត្ត នៅប្រទេសបារាំង នោះគេឲ្យលេខ ពី 01 ទៅដល់ 95 ទៅ ដល់ឈ្មោះ ខេត្ត ទាំងឡាយ ៖

Ain 01, Aisne 02, …., Yonne 89, …., Val-d'Oise 95) [តែ តាមធម្មតា អក្សរ V (Val-d'oise) ត្រូវនៅមុខ អក្សរ Y (Yonne)] ។

*

<u>2. ចរិត បរិមាណ ឬ អថេរស្ថិតិ (Caractère quantitatif ou variable statistique)</u>

ចរិតស្ថិតិ ហៅថា « បរិមាណ » បើកាលណា ចរិតនោះអាចវាស់បាន ឬ អាចគ្រិត ដៅបាន។

ឧទាហរណ៍

ចំនួនកូន នៅក្នុង គ្រួសារមួយ ចំនួនបន្ទប់នៅក្នុងផ្ទះមួយ អាយុមនុស្ស កំដៅអង្សា នៅពេលនិង កន្លែង ណាមួយ។

- **ចំពោះ ម៉ូដាលីតេ** នៃ ចរិតណាមួយ គេឲ្យមកម៉ូដាលីតេនោះ នូវ ចំនួនពិតមួយ ទៅតាមធម្មជាតិនៃវត្ថុនោះ គឺមិនមែន អ្នកស្ថិតិ ជាអ្នកសម្រេចដូចករណី នៃចរិតគុណភាពនោះទេ។

- **អថេរ ដាច់** (variable discrète) **និង អថេរ ជាប់** (variable continue).

ដោយឧទាហរណ៍ ខាងលើនេះ យើងឃើញថា ចំពោះ ស្ថិតិ នោះមាន អថេរ ពីរបែប ៖ អរថេរ ដាច់ ដែលច្រើនជា ចំនួន គត់។ ហើយ អថេរ ជាប់ ដែលអាចយកចំនួនពិតណាមួយក៏ បានដែរ ។

=========================(ចប់ ជុំពូកទី១)==========================

I-5 លំហាត់មានចម្លើយ

លំហាត់ទី១

គេឲ្យ កម្ពស់ ជា សង់ទីមែត្រ (cm) នៃសិស្ស 25នាក់ នៅក្នុងថ្នាក់មួយ ៖

167 152 172 170 172 154 159 160 161 160 170 172 173 172

170 159 160 162 160 161 155 170 160 171 160

តើ អ្វីខ្លះ ជា ឯកតា ស្ថិតិ ? តើអ្វីទៅ ចរិត ស្ថិតិ ?

តម្រៀប ម៉ូដាលីតេ នៃ ចរិតនោះ តាម តម្លៃ មិនចុះ ។

ចម្លើយ

1/ឯកតា ស្ថិតិ មានពីរ គឺ ៖ សង់ទីម៉ែត្រ សិស្ស

2/ ចរិត ស្ថិតិ គឺ៖ កម្ពស់

3/ រៀបតាមតម្លៃ មិនចុះ គឺ តម្លៃ ស្មើ ឬ ធំជាង[3] ដាក់ក្នុងតារាង ខាងក្រោមនេះ ៖

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
152	154	155	159	159	160	160	160	160	160
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
160	161	161	162	167	170	170	170	170	171
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
172	172	172	172	173					

[3] បន្ទាត់ទី១ នៃ តារាង គ្រាន់តែជា លេខរៀង ប៉ុណ្ណោះ ដើម្បីសម្រួល ក្នុងការរាប់នូវចំនួន ជាតុ នៃ តារាងនោះ ។

ចំពោះ ម៉ូដាលីតេ ដែលមាន ចំនួនសិស្សលើសពី មួយនាក់ ទៅ យើងដាក់ជាពណ៌ ខុសៗ គ្នា ។ តាមតារាង ខាងលើនេះ បើយើងតាង ម៉ូដាលីតេ ដោយ M(x) ដោយ x ជាកម្ពស់ ជា *cm* នោះយើងបាន៖

M(152) , M(154), M(155), M(159), M(160), M(161), M(162), M(167), M(170), M(171), M(172), M(173) ។

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(152) មានកូនសិស្ស 1 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 152 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(154) មានកូនសិស្ស 1 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 154 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(155) មានកូនសិស្ស 1 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 155 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(159) មានកូនសិស្ស 2 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 159 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(160) មានកូនសិស្ស 6 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 160 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(161) មានកូនសិស្ស 2 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 161 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(162) មានកូនសិស្ស 1 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 162 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(167) មានកូនសិស្ស 1 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 167 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(170) មានកូនសិស្ស 4 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 170 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(171) មានកូនសិស្ស 1 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 171 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(172) មានកូនសិស្ស 4 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 172 *cm*

-ចំពោះ ម៉ូដាលិតេ M(173) មានកូនសិស្ស 1 នាក់ ដែលមាន កម្ពស់ 173 *cm* ។

លំហាត់ទី២

សំណួរនៅ ដដែល ចំពោះពិន្ទុ នៃតារាង (TAB-1) ដែលបេក្ខជនទាំងឡាយ បាន នៅពេលប្រឡង ៖

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17	10	9	10	12	11	16	15	10	3	5	7	7	2	15
9	10	11	15	16	17	12	11	9	6	0	7	11	14	16
10	12	11	14	15	10	9	8	8	8	7	12	10	16	14
13	10	11	9	8	6	7	6	4	5	2				

ចម្លើយ (ការបង្ហាញខ្លះ)

ដោយពិន្ទុ ទាំងអស់មាន 56 ដូច្នេះ បេក្ខជន ទាំងអស់មាន 56នាក់។

-ឯកតា ស្ថិតិ គឺ ចំនួន គត់ 1 (នៅទីនេះ គឺ ពិន្ទុ ពី 0 ទៅ 20) និង ចំនួន គត់ 1 (បេក្ខជន) ។

-ចរិត ស្ថិតិ គឺ ពិន្ទុ នៅក្នុងតារាង (TAB-1) ខាងលើ ។

ដើម្បី រក ម៉ូដាលើតេ ត្រូវ បំពេញតារាង ដូចលំហាត់ I-1 ដោយតម្រៀបពិន្ទុ ពី សូន្យ ទៅ ដល់ 17 (ពិន្ទុ ខ្ពស់ជាងគេ ក្នុង (TAB-1)) ។

ដើម្បី រក ម៉ូដាលីតេ យើងតម្រៀប ពិន្ទុទាំងអស់នៅក្នុង តារាង (TAB-1) ខាងលើ ហើយ យើងបានតារាង (TAB-2) ខាងក្រោមនេះ៖

0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	2	1	1	2	3	5	4	5	8	6	4	1	3	4
16	17	18	19	20										
4	2													

តាម តារាង TAB-2 នេះ បេក្ខជន បានពិន្ទុ សូន្យ មានតែ 1 នាក់ ហើយក៏គ្មាន បេក្ខជន បានពិន្ទុ 1 ដែរ ។ បន្ទាប់មក បេក្ខជនឯទៀតៗ បានពិន្ទុ ពី 2 ទៅដល់ 17 ។ ដូច លំហាត់ ទី១ ដែរ បើយើងតាង ម៉ូដាលីតេ ដោយ *M(x)* ហើយ *x* ជាពិន្ទុ របស់បេក្ខជន នោះ យើងបាន៖

M(0) មាន បេក្ខជន 1 នាក់ [M(0) គឺថ្នាក់ នៃបេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ សូន្យ]

M(2) មាន បេក្ខជន 2 នាក់ [M(2) គឺថ្នាក់ នៃបេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ *2*]

M(3) មាន បេក្ខជន 1 នាក់ [M(3)……………………//……………… ……. 3]

M(4) មាន បេក្ខជន 1 នាក់

M(5) មាន បេក្ខជន 2 នាក់

M(6) មាន បេក្ខជន 3 នាក់

M(7) មាន បេក្ខជន 5 នាក់

M(8) មាន បេក្ខជន 4 នាក់

M(9) មាន បេក្ខជន 5 នាក់

M(10) មាន បេក្ខជន 8 នាក់

M(11) មាន បេក្ខជន 6 នាក់

M(12) មាន បេក្ខជន 4 នាក់

M(13) មាន បេក្ខជន 1 នាក់

M(14) មាន បេក្ខជន 3 នាក់

M(15) មាន បេក្ខជន 4 នាក់

M(16) មាន បេក្ខជន 4 នាក់

M(17) មាន បេក្ខជន 2 នាក់ [M(17) គឺថ្នាក់ នៃបេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ 17] ។ បើយើង បូក ចំនួន ធាតុដែលនៅក្នុង សំនុំ ម៉ូដាលីតេ ទាំងអស់នេះទៅ យើងឃើញ 56 ដែល ជា ចំនួនបេក្ខជន ។ ឬក៏ថា ៖

$M(0) \cup M(2) \cup M(3) \ldots \ldots . M(17) =$ ប្រជាជន (la population) ។

លំហាត់ទី៣

នៅក្នុងសហគ្រាសមួយ គេសួរទៅ កម្មករ ដែលមកធ្វើការ ថាតើចំណាយពេលអស់

ប៉ុន្មាន ក្នុងមួយថ្ងៃ ក្នុងការធ្វើដំណើរ។ ដោយគិតជា នាទី (minutes) ហើយដោយកាត់យក តម្លៃខាងលើ ដើម្បីបានជា ពហុគុណនៃចំនួន 5 (arrondi au multiple de 5 supérieur)[4]

នោះគេបាន តារាង (TAB-1)[5] ដូចតទៅនេះ ៖

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
45	60	90	90	60	10	100	105	100	60	75	60	60	100	90
75	85	105	110	60	30	70	75	90	60	90	100	35	75	100
110	125	120	100	90										

សំណួរ គឺដូចលំហាត់ទី១ ។

ចម្លើយ (ការបង្ហាញខ្លះ)

ដោយ ពេល ទាំងអស់មាន 35 ដូច្នេះ កម្មករ ទាំងអស់មាន 35នាក់។

-ឯកតា ស្ថិតិ គឺ ចំនួន គត់ 1 (នៅទីនេះ គឺ នាទី (minute)) និង ចំនួន គត់ 1 (កម្មករ) ។

តម្រៀប ម៉ូដាលីតេ នៃ កំរិតស្ថិតិ ទៅតាមតម្លៃ មិនចុះ យើងបានតារាង TAB-2៖

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	30	35	45	60	60	60	60	60	60	60	70	75	75	75

4 បើសិនជា ធ្វើដំណើរអស់ពេល 102 នាទី នោះគេសន្មតយក 105 នាទី ។

5 បន្ទាត់ទី១ នៃ តារាង គ្រាន់តែជា លេខរៀង ប៉ុណ្ណោះ ដើម្បីសម្រួល ក្នុងការរាប់នូវចំនួន ធាតុ នៃ តារាងនោះ ។

75	85	90	90	90	90	90	90	100	100	100	100	100	100	105
105	110	110	120	125										

លំហាត់ទី៤

ទិន្នន័យ ដូចនៅក្នុង លំហាត់ I-2 ។ តែ គេចែក ចំពោះពិន្ទុ ពី 0 ទៅ 20 គឺថា គេចែក ចន្លោះ [0, 20[ទៅជា ចន្លោះ ខ្លីៗ ដែលមានប្រវែង 2 ដូចជា ៖

[0, 2[, [2,4[, [4,6[, [6,8[, [8,10[, ……..,[18,20[។

ចូរបង្ហាញ នូវ ចំនួន ពិន្ទុ នៅក្នុង ចន្លោះ នីមួយៗ ។

ចម្លើយ

ដោយយើងបានធ្វើ លំហាត់ I-2 រួចម្តងមកហើយ ដូច្នេះ ដើម្បីចំណេញពេល យើងនឹងប្រើ លទ្ធផលនៃ លំហាត់នោះ មកឆ្លើយនូវសំណួរនៃ លំហាត់នេះ ដូចតទៅ ។

យើងសង្កេត តារាង (TAB-2)នៃ លំហាត់ I-2 ៖

0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	2	1	1	2	3	5	4	5	8	6	4	1	3	4
16	17	18	19	20										
4	2													

ហើយយើង សង់ តារាង (TAB-3) នៃ ចន្លោះ ដែលមានប្រវែង 2 ពិន្ទុដូចខាងក្រោមនេះ ។ ហើយបន្ទាប់មក យើង បំពេញ តារាងថ្មីនេះ ដោយប្រើ តារាង (TAB-2) ខាងលើ ។

0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
1	3	3	8	9	14	5	7	6	0

ក្នុងតារាង (TAB-3) បន្ទាត់ ទី១ គឺ ចន្លោះ [0, 2[, [2,4[, [4,6[, [6,8[, [8,10[, ……..,[18,20[

បន្ទាត់ទី២ គឺ ៖

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 0 ទៅ ក្រោម 2 មាន 1 នាក់

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 2 ទៅ ក្រោម 4 មាន 3 នាក់

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 4 ទៅ ក្រោម 6 មាន 3 នាក់

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 6 ទៅ ក្រោម 8 មាន 8 នាក់

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 8 ទៅ ក្រោម 10 មាន 9 នាក់

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 10 ទៅ ក្រោម 12 មាន 14 នាក់

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 12 ទៅ ក្រោម 14 មាន 5 នាក់

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 14 ទៅ ក្រោម 16 មាន 7 នាក់

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 16 ទៅ ក្រោម 18 មាន 6 នាក់

ចំនួន បេក្ខជន ដែលបានពិន្ទុ ពី 18 ទៅ ក្រោម 20 មាន 0 នាក់ ។

-ឯកតា ស្ថិតិ គឺ ចំនួន គត់ 1 (នៅទីនេះ គឺ នាទី (minute)) និង ចំនួន គត់ 1 (កម្មករ) ។

លំហាត់ទី៤

ទិន្នន័យ ដូចនៅក្នុង លំហាត់ I-3 ។ ហើយគេ ក៏ កំណត់ ម៉ូដាលីតេ នៃ ចរិតស្ថិតិ ដូចតទៅនេះ ៖

តិចជាង 20 , [20, 30[, [30,40[, [40,50[, ……, [100, 110[, [110,120[និង ពី120 ទៅធំជាង 120 ។ ចូរបង្ហាញ នូវ ចំនួនឯកតាស្ថិតិ នៃ ម៉ូដាលីតេ នីមួយៗ ។

ចម្លើយ

ដោយប្រើ លទ្ធផល នៃ លំហាត់ I-3 ៖ (យើងយកតារាង TAB-2 មកប្រើ)

ដែ តម្រៀប ម៉ូដាលីតេ នៃ កំរិតស្ថិតិ ទៅតាមតម្លៃ មិនចុះ ដូចខាងក្រោមនេះ ៖

*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10	30	35	45	60	60	60	60	60	60	60	70	75	75	75
75	85	90	90	90	90	90	90	100	100	100	100	100	100	105
105	110	110	120	125										

យើង អាច បង្កើត តារាង TAB-3 ដែលឲ្យចំនួនធាតុ នៃ ម៉ូដាលីតេ M(I) ដោយ I ជា ចន្លោះ តិចជាង 20 , [20, 30[, [30,40[, [40,50[, …, [110,120[និង ពី120 ទៅធំជាង 120 ។

1 →	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
1	0	2	1	0	7	5	1	6	8	2	2

បន្ទាត់ទី១ គឺ ចន្លោះ ។ បន្ទាត់ទី២ គឺ ចំនួនធាតុ នៅក្នុងចន្លោះ។

ដូច្នេះ ម៉ូដាលីតេ M(I) ទាំងអស់ មានដូចខាងក្រោមនេះ ៖

M([0, 20[ ) មានចំនួនកម្មករ 1 នាក់ ដែលចំណាយពេលធ្វើដំណើរ ក្រោម 20 នាទី

M([20, 30[ ) មានចំនួនកម្មករ 0 នាក់ ដែលចំណាយពេលពី 20 ទៅក្រោម 30 នាទី

M([30, 40[ ) មានចំនួនកម្មករ 2 នាក់ ដែលចំណាយពេលពី 30ទៅ ក្រោម 40 នាទី

M([40, 50[ ) មានចំនួនកម្មករ 1 នាក់ ដែលចំណាយពេល ពី40ទៅក្រោម 50 នាទី

M([50, 60[ ) មានចំនួនកម្មករ 0 នាក់ ដែលចំណាយពេលពី 50ទៅក្រោម 60 នាទី

M([60, 70[ ) មានចំនួនកម្មករ 7 នាក់ ដែលចំណាយពេលពី 60ទៅ ក្រោម 70 នាទី

M([70, 80[ ) មានចំនួនកម្មករ 5 នាក់ ដែលចំណាយពេលពី 70 ទៅ ក្រោម 80 នាទី

M([80, 90[ ) មានចំនួនកម្មករ 1 នាក់ ដែលចំណាយពេលពី 80ទៅ ក្រោម 90 នាទី

M([90, 100[ ) មានចំនួនកម្មករ 6 នាក់ ដែលចំណាយពេលពី 90ទៅ ក្រោម 100 នាទី

M([100, 110[ ) មានចំនួនកម្មករ 8 នាក់ ដែលចំណាយពេលពី 100ទៅ ក្រោម 110 នាទី

M([110, 120[ ) មានចំនួនកម្មករ 2 នាក់ ដែលចំណាយពេលពី110ទៅ ក្រោម 120 នាទី

M([120, ...) មានចំនួនកម្មករ 2 នាក់ ដែលចំណាយពេល ពី 120 នាទីឡើងទៅ (គឺថាពី 2 ម៉ោងឡើងទៅ)។

=============== ចប់ លំហាត់ =======================

I-6 ការសង្កេត ជាទូទៅ

មុននឹង បណ្តោទៅជំពូក ទី២ ខ្ញុំសូមធ្វើការ សង្កេត ខ្លះ ដូចតទៅនេះ៖

1/ ម៉ូដាលីតេ ជា សំនុំ (ensemble) ។ ហើយនៅក្នុង សំនុំ មាន ធាតុ (éléments) ។ តាមនិយមន័យ ធាតុ ទាំងអស់នៃសំនុំ គឺ ខុសគ្នាទាំងអស់ ។ ហើយ បើនៅក្នុងសំនុំតែមួយ ធាតុពីរ មាន កម្មសិទ្ធ ប្រហាក់ប្រហែលគ្នា អាចជំនួសគ្នាបាន នោះគេថាវា សមមូលនឹងគ្នា ដោយ រឺឡាស្យុង សមមូលណាមួយ (relation d'équivalence) ។ ឧទាហរណ៍ ដូចជា ចំពោះ រឺឡាស្យុង សមមូល « មានអាយុ ស្មើគ្នា » ។ បើនៅក្នុងថ្នាក់ទី១២ មួយ ដែលមានកូនសិស្ស 30 នាក់ ហើយបើគេចែក កូនសិស្សទាំងនោះ ជាក្រុមៗ តាម អាយុ 16, 17, 18, 19 ហើយពី អាយុ 20 ឆ្នាំឡើងទៅ នោះយើងបាន ក្រុមនៃសិស្ស ដូចតទៅ ៖

M(16) ក្រុមនៃ សិស្ស ដែលមានអាយុ 16 ឆ្នាំ មានចំនួន x1 នាក់

M(17) ក្រុមនៃ សិស្ស ដែលមានអាយុ 17 ឆ្នាំ មានចំនួន x2 នាក់

M(18) ក្រុមនៃ សិស្ស ដែលមានអាយុ 18 ឆ្នាំ មានចំនួន x3 នាក់

M(19) ក្រុមនៃ សិស្ស ដែលមានអាយុ 19 ឆ្នាំ មានចំនួន x4 នាក់

$M(\geq 20)$ ក្រុមនៃ សិស្ស ដែលមានអាយុ ពី 20 ឆ្នាំឡើងទៅ មានចំនួន x_5 នាក់។

តាម ភាសា គណិតសាស្ត្រ ដែលមានស្ថិតិនៅក្នុងនោះដែរ ក្រុមនីមួយៗ ជាសំនុំ ហើយ ជាតុនៃ សំនុំនោះ គឺ កូនសិស្ស ដែលសុទ្ធតែ ខុសគ្នាទាំងអស់ ។ ដែលដូចគ្នា គឺ អាយុ ។ តែ អាយុនេះ មិនមែនជាធាតុ នៃសំនុំ « ក្រុម » ទេ។ នៅទីនេះ អាយុ ជា ចរិតស្ថិតិ (caractère statistique) ហើយ ក្រុម នីមួយៗ ជា ម៉ូដាលីតេ ។

ម្យ៉ាងទៀត យើងឃើញថា ក្រុមនីមួយៗ សុទ្ធតែនៅដាច់ពីគ្នា គឺថា $M(16) \cap M(17) = \emptyset$ ពីព្រោះ បើសិស្ស « ក » មានអាយុ 16 ឆ្នាំ សិស្ស « ក » ដដែលនេះ មិនអាចមានអាយុ 17 ឆ្នាំផងនោះបានទេ។ នៅក្នុង ភាសា គណិតសាស្ត្រ គេថា សំនុំ $M(16), M(17), .., .., M(\geq 20)$ ជា ប៉ាទីស្យុង (partition) នៃ ថ្នាក់ទី ១២ ខាងលើនេះ ហើយគេបាន

$x_1+x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$ (ចំនួនសិស្ស នៅក្នុងថ្នាក់ទី១២ នោះ) ។

2/ ចំពោះ ឯកតាស្ថិតិ (unité statistique) នោះអាចជាចំនួនគត់ ឬ ជា ប្រភាគ ឬ ជា ចំនួនពិត ទៅតាម ចរិត ដែលគេសិក្សា ។ ជួនកាល ដើម្បី សម្រួលក្នុងការគណនា នូវ ចំនួន គេក៏ កាត់យកតែផ្នែក ចំនួនគត់ នៃចំនួនពិត ក៏មានដែរ។ ដូចជា លំហាត់ខាងលើ ពិន្ទុដែលបេក្ខជន បាននៅពេលប្រឡងជាដើម។ ឧបមា បើពិន្ទុ $x = 10,25$ គេសន្មត $x = 10$

ហើយបើ $x = 10,60$ នោះគេសន្មត $x = 11$ ជាដើម។ បើកាលណា ចរិត ជា កំពស់ (កូនសិស្ស) ឬជា កំដៅ (អង្សា) ឬ ជា ពេល(ម៉ោង នាទី វិនាទី) នោះយើង ត្រូវតែទុកផ្នែក

ដេស៊ីមាល ដូចជា កំដៅ ស្មើនឹង 25°17 ឬក៏ ពេលស្មើនឹង 2នាទី 13វិនាទី 3/10(នៃវិនាទី) ជាដើម។ ដោយហេតុនេះ បានជានៅក្នុង លំហាត់ខាងលើខ្វះ គេ និយាយពី ចន្លោះ (intervalle)។ ចំពោះចន្លោះ ត្រូវយល់ថាជាចំនួន ពិត ដែលនៅក្នុងនោះក៏មានចំនួន គត់ ដែរ ។

ឧបមាដូចជា ៖

I1 = [0, 2[=> ចំនួន 1,999 នៅក្នុង I1 តែ 1,999 មិននៅក្នុង ចន្លោះ I2 ទេ។

I2 = [2,5[=> ចំនួន 2 នៅក្នុង I2 តែ មិននៅក្នុង ចន្លោះ I1 ទេ ។/

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

ជំពូកទី២

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង[6] ឬ សេរី ស្ថិតិ (Distibutions ou Séries Statistiques).

ប្រជាជន និង ចរិត យើងបាន កំណត់រួចហើយ។ ឥឡូវនេះ ដើម្បីបាន ចរិត យើង បញ្ជូនក្រុម អង្កេត ទៅយកពត៌មាន ដោយយក សំនួរ ជាជំនួយ។

របៀប ធ្វើការអង្កេតនេះ មាន ពីរ របៀប គឺ ៖

1- គេ សួរ ទៅ ប្រជាជន ទាំងអស់ 100% តែ ម្តង ។ ដូចជា ការ ជំរឿន ការស្រង់ចំនួន ប្រជាជន ឬ ការស្រង់ ចំនួន ទំនិញ បញ្ជី សត្វ ឬ យាន ជាដើម ។

2- ការ អង្កេត ដោយស្ទង់ (sondage) ។ នៅពេលនោះ គេ ជ្រើសយកប្រជាជន តែមួយ ភាគ តែប៉ុណ្ណោះ មក សួរក្នុងការ អង្កេតនេះ ។ នៅពេលនោះគេថាគេធ្វើ ការសង្កេតទៅ លើ គំរូ (échantillon) ។ ចំពោះ របៀបទី២ នេះ ចំណោទធំ របស់ អ្នកស្ថិតិ គឺ ការរើសនូវ គំរូ នោះ ៖ តើត្រូវរើស យ៉ាងណា ដើម្បី ឲ្យគំរូនោះ ជាដំណាង នៃ ប្រជាជនទាំងមូល។ នៅក្នុង ជំពូកនេះ យើង មិនខ្វល់ ពី ចំណោទនេះទេ ។

[6] ពាក្យនេះ មានន័យថា ចែក ដូចជា ចែករង្វាន់ ដល់សិស្សដែលរៀនបានលេខ១ ជាដើម។

យើង សន្មតថា ការសង្កេតបានធ្វើរួចស្រេចហើយ ហើយលទ្ធផល អាចជា បញ្ជី រាយនាម ឬ ក៏ជា ឯកសារនៃសំនួរ ។ ដូចជា ៖

Lycée de ……				Année scolaire 2020-2021
Liste des élèves de la classe de ……………………………				
Nom et prénom	Date de naissance	Lieu de naissance	Profession du père	Nombre de frères et soeurs
ALBERT Jacques	25-2-1955	Paris-15è	Epicier	0
ANDRÉ Jean	7-11-1955	Colombes(Seine)	Ingénieur	2

តែបើចំនួន សង្កេតនោះ កាន់តែច្រើនពេក នោះអាចពិបាក ឬ អាចចម្លងយកទាំងអស់ ពុំ ពុំបានឡើយ។

ឧមមាដូចជា នៅក្នុងរោងចក្រ ធ្វើគ្រឿង ម៉ាស៊ីនឡានមួយ មានកម្មករ 95នាក់ ហើយ ម្នាក់ៗ ក្នុងរយៈពេល តែមួយ ធ្វើបានគ្រឿងមាស៊ីននោះ ដូចតារាងខាងក្រោមនេះ ៖

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	87	80	107	91	83	70	91	93	80	95
2	71	86	98	104	107	89	109	126	102	83
3	88	107	85	115	103	89	74	70	86	92
4	97	118	102	122	97	98	91	108	101	85
5	100	80	93	90	90	79	93	102	107	107

6	83	105	62	87	92	107	89	90	72	100
7	118	91	115	88	70	87	99	105	99	103
8	95	98	88	90	89	73	92	94	82	80
9	84	113	84	91	113	113	108	75	76	85
10	115	103	88	99	92					

ដើម្បី ពិនិត្យ នូវការសង្កេតទាំង 95 ចំនួននេះ នោះត្រូវ

-កំណត់នូវ ក្រុមនៃ ប៉ាទីស្យុង [បើមានក្រុម ច្រើនពេក នោះ ការសម្រួល បានតែបន្តិចបន្តួច តែបើចំនួនក្រុមមានតិចពេក នោះ គេ « ខាតពត៌មាន » (on perd de l'information)]

-បង្ហាញនូវចំនួនសង្កេត នៅក្នុងក្រុមនីមួយៗ ។

ដោយរបៀបនេះ គេបាន ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង(ឬ សេរី)ស្ថិតិ ។

កម្មវត្ថុ នៃជំពូកនេះ គឺ បង្ហាញនូវ ករណីដែលអាច (les divers cas possibles) ទាំងឡាយ មាន មួយ ឬ ច្រើន នូវ ចរិត គុណភាព (caractères qualitatifs) ឬ បរិមាណ (caractères quantitatifs) ។

តើ តាក់តែង ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង(ឬសេរី)ស្ថិតិ របៀបណា និង តាងជា តារាងនៃការបែងចែក (tableau de répartition) ហៅថា តារាងស្ថិតិ (tableau statistique) ឬ និយាយកាត់ ស្ថិតិ (une statistique) ដូចម្តេច ។

*

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ មាន មួយចរិត (Distributations statistiques à un caractère).

II-1. ករណី ចរិតគុណភាព (Cas d′un caractère qualitatif).

1.រំលឹក

គេថា ចរិតស្ថិតិ ជា គុណភាព បើ គេពុំអាច វាស់វែង នូវចរិតនោះបាន។ដូចជា មុខរបរ នៃ មនុស្ស ឬ ម៉ាករថយន្ត (la marque d′une voiture) ។

បញ្ជី នៃម៉ូដាលីតេ នៃចរិតគុណភាព ហៅថា ***ណូម៉ង់ក្លាទា*** (nomenclature) ។

2.ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង និង តារាង ស្ថិតិ (Distribution et tableau statistiques)

តារាងស្ថិតិ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង នៃចរិតគុណភាព នោះមានពីរបន្ទាត់ (ឬពីរបន្ទាត់ឈរ) បន្ទាត់ទី១ បង្ហាញ ណូម៉ង់ក្លាទា ហើយបន្ទាត់ទី២ បង្ហាញចំនួន នៃឯកតាស្ថិតិ នៅក្នុងក្រុម ឬ ម៉ូដាលីតេ នីមួយៗ ។

*

*

ឧទាហរណ៍

1/ *គេសួរ ទៅមនុស្ស* 100 *នាក់ តើរើសយក របស់ណា ក្នុងចំណោម របស់ពីរ* L *និង* N ។

ប្រជាជន ៖ 100 ចរិតស្ថិតិ (គុណភាព) ៖ « ប្រៀបធៀប L នឹង N »	ក្រុម	ចំនួនធាតុ
	រើសយក L…………	45
	រើសយក N……..	35
	គ្មានយោបល់……	20
	បូករួម	100

ដូច្នេះ មាន បីក្រុម ៖

-អ្នក ស្រឡាញ់ វត្ថុ L មាន 45នាក់

-អ្នក ស្រឡាញ់ វត្ថុ N មាន 35 នាក់

-អ្នក គ្មានយោបល់ មាន 20 នាក់ ។

2/

តារាងខាងឆ្វេងនេះ នៅឆ្នាំ 1965 គេ ចែកកូនសិស្ស (ឯកតាស្ថិតិ)ទៅតាម សាលា មតី មបមសិក្សា អនុវិទ្យាល័យទូទៅ អនុវិទ្យាល័យ បច្ចេកទេស វិទ្យាល័យ និង សាលាគរុ កោសល ។	អគារសិក្សា ទៅតាម ភូមិ	ចំនួនសិស្ស
	សាលាមតី……………………….	1 778
	សាលា បឋមសិក្សា……………	5 661
	អនុវិទ្យាល័យ ទូទៅ (collège général)……………………….	1141
	អនុវិទ្យាល័យបច្ចេកទេស….	507
	វិទ្យាល័យ……………………….	1 716
	សាលាគរុកោសល……………	36
	បូករួម	10 839

ករណីជាទូទៅ (cas général)

ដោយតាង $X_1, X_2, \dots\dots\dots, X_i, \dots.., X_k$ ជា k ម៉ូដាលីតេ នៃចរិតគុណភាព (ត្រូវចាំថា គេអត់គិត លំដាប់ ថាមុនក្រោយនោះទេ) ហើយ ដោយ $n_1, n_2, \dots\dots.., n_i, \dots.., n_k$ ជាចំនួនធាតុនៃថ្នាក់នីមួយៗ ដែលគេហៅថា អេហ្វេចទីហ្វ (effectifs) នៃថ្នាក់ នោះគេបាន តារាងដូចខាង ក្រោមនេះ ៖

ម៉ូដាលីតេនៃ ចរិត X	X_1	X_2	………..	X_i	………..	X_k	បូករួម
ចំនួនធាតុនៃថ្នាក់នីមួយៗ	n_1	n_2		n_i		n_k	n

II-2. ករណី អថេរដាច់ (Cas d'une variable discrète).

1.រំលឹក

គេថា ចរិតស្ថិតិ ជា អថេរស្ថិតិ ឬ ចរិតបរិមាណ កាលណា ចរិតនោះ អាចវាស់វែងបាន។

ឧទាហរណ៍ : កំពស់ អាយុ នៃមនុស្សម្នាក់

អថេរស្ថិតិ ហៅថា ដាច់ (discrète) បើ កាលណា អថេរនោះ យក ចំនួន មានកំណត់ (គឺថា មិនច្រើន ដល់ អនន្ត) ហើយច្រើនតែជា ចំនួនគត់ (1, 2, 3, …..) ។

ឧទាហរណ៍ : ចំនួន កូនសិស្ស ក្នុងមួយថ្នាក់ ចំនួនបន្ទប់ នៃផ្ទះមួយ ។

*

*

2.ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង និង តារាង ស្ថិតិ (Distribution et tableau statistiques)

-គេ ចាំនូវចំនួន នៃ ស៊ីតកើន (suite croissante) ដែល តម្រៀប តម្លៃ ពី តូច ទៅ ធំ ។ (ចំនួនធំ) ដក (ចំនួនតូច) បានជាចំនួនមួយ ហៅថា វិសាលភាព (l'étendue, amplitude) នៃ សេរីស្ថិតិ ។

-ចំពោះចំនួននីមួយៗ នៃស៊ីតនោះ គេ ផ្គូផ្គងទៅនឹង ចំនួនដង ដែលចំនួននោះវា លេច ឡើងតាមការសង្កេត។

ដោយរបៀបនេះ គេបាន ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង និងតារាង ដែលដូចគ្នានឹងតារាងនៅ§1 ។ តែ នៅពេលនេះ $X_1, X_2, \dots\dots\dots, X_i, \dots., X_k$ ជា k ចំនួននៃ អថេរដាច់។

នៅក្នុងរោងចក្រមួយ មាន កម្មករ 775នាក់ គេរាប់ចំនួនគ្រោះថ្នាក់ក្នុងការងារក្នុងមួយឆ្នាំ។ ប្រជាជន ៖775 នាក់ ថ្នាក់ ៖ គេសន្មតថ្នាក់ដូចតទៅនេះ ៖ 0, 1, 2, 3,4 ឬ លើសពី 4	ថ្នាក់ (តម្លៃ អថេរ)	ចំនួន ធាតុ
	0………………………..	450
	1……………………….	231
	2………………………..	80
	3………………………..	9
	4 ឬ >4………………….	5

ថ្នាក(0) មានកម្មករ ដែល គ្មានគ្រោះថ្នាក់ មានចំនួន 450 នាក់

ថ្នាក់(1) មានកម្មករ ដែល មាន គ្រោះថ្នាក់ 1ដង ក្នុងមួយឆ្នាំ មានចំនួន 231 នាក់

ថ្នាក់ (≥ 4) មានកម្មករដែលមានគ្រោះថ្នាក់ 4 ដង ឬ លើសពី 4ដង មានចំនួន 5នាក់។

គេ មាន1000 ហិប ។ ហើយហិបនីមួយៗ មានគ្រឿងទាំងឡាយនៃ ម៉ាស៊ីន។តារាងខាង

ក្រោមនេះ បង្ហាញ ចំនួនគ្រឿងដែលខូច នៅក្នុងហិប នីមួយៗ ។

ចំនួន X នៃគ្រឿងខូច	0	1	2	3	4	5	6	7 ឬ > 7	បូករួម
អេហ្វិចទីហ្វ n_x នៃហិប	300	365	214	83	23	0	15	0	1000

ថ្នាក់ (0) មាន 300 ហិប ដែល គ្មាន គ្រឿងខូច នៅក្នុងហិបទាំងនោះ

ថ្នាក់ (1) មាន 365 ហិប ដែល មានគ្រឿងខូច ចំនួន 1 នៅក្នុងហិបទាំងនោះ

ថ្នាក់ (6) មាន 15 ហិប ដែល មានគ្រឿងខូច ចំនួន 6 នៅក្នុងហិបនោះ

ថ្នាក់ (≥ 7) មាន 0 ហិប (ជាថ្នាក់ ទទេ ∅) គឺ គ្មានធាតុ (ហិប) នៅក្នុងថ្នាក់នោះទេ ។

សង្កេត

1- បើយើងយក ការកត់ត្រា $X_1, X_2, \ldots\ldots\ldots, X_i, \ldots., X_k$ និង ចំនួនធាតុ

$n_1, n_2, \ldots\ldots.., n_i, \ldots.., n_k$ មក អនុវត្តលើឧទាហរណ៍នេះ នោះយើងឃើញថា ៖

ថ្នាក់(0) = X_1 ; 300 = n_1 } $n_1X_1 = 300 \times 0 = 0$ ចំនួន គ្រឿងដែលខូចទាំងអស់ នៃ ថ្នាក់ X_1

ថ្នាក់(1) = X_2 ; 365 = n_2 } $n_2X_2 = 365 \times 1 = 365$ ចំនួន គ្រឿងដែលខូចទាំងអស់ នៃ ថ្នាក់ X_2

……………………………….

ថ្នាក់(6) = X_7 ; 15 = n_7 } $n_7X_7 = 15 \times 6 = 90$ ចំនួន គ្រឿងដែលខូចទាំងអស់ នៃ ថ្នាក់ X_7

ដូច្នេះក្នុង 1000 ហិបនេះ ចំនួនគ្រឿងខូចបូករួមទាំងអស់មាន ៖

$n_1X_1 + n_2X_2 + n_3X_3 + n_4X_4 + n_5X_5 + n_6X_6 + n_7X_7 =$

(300.0) + (365.1) + (214.2) + (83.3) +(23.4) + (0 . 5) + (15 . 6) = 1524 ។

ដូច្នេះ ក្នុង 1000 ហិប នេះ មានគ្រឿងខូចទាំអស់ 1524 ។ ហើយបើយើង រកចំនួនគ្រឿងខូច មានជាមធ្យម នៅក្នុងហិបមួយៗ គឺមាន $\frac{1524}{1000}$ ≅ 2 (2 គឺចំនួនគ្រឿងខូច ជាមធ្យម)។

ដូច្នេះ រូបមន្ត មធ្យម (la Moyenne) គឺ $= \frac{n_1X_1+n_2X_2+ \ldots\ldots+n_iX_i+ \ldots\ldots+n_kX_k}{n_1+ n_{2+} \ldots\ldots+ n_{i+}\ldots\ldots+n_k}$ ។

2- ត្រូវ ចាំថា **អថេរ** គឺ ជាប់ទាក់ទងនឹង **ចរិត** (ដូចជា គ្រឿងដែល ខូច ជាដើម) ហើយមិនមែន ជាប់ទាក់ទងនឹង **អេហ្វេចទីហ្វ** នោះទេ។

II-3. *ករណី អថេរជាប់*(Cas d'une variable continue).

1.*រំលឹក*

គេថា ចរិតស្ថិតិ (ឬ ចរិតស្ថិតិ បរិមាណ) ជា **អថេរស្ថិតិជាប់** កាលណា អថេរនោះ អាចយកគ្រប់ចំនួនពិត នៅក្នុង ចន្លោះ មួយ ឬ ច្រើន (susceptible de prendre toute valeur réelle dans un (ou plusieurs) intervalle.

ឧទាហរណ៍ ៖ អាយុ ឬ កំពស់ នៃ មនុស្សម្នាក់ ។ ចំនួនគីឡូម៉ែត្រ ដែលរថយន្តមួយ រត់ ក្នុង មួយឆ្នាំ។

*

*

2.ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង និង តារាង ស្ថិតិ (Distribution et tableau statistiques)

-គេ រកនូវ តម្លៃ តូចបំផុត និង តម្លៃធំបំផុត ក្នុងចំណោម តម្លៃសង្កេតទាំងអស់។ ផលសង នៃ តម្លៃទាំងពីរ ហៅថា វិសាលភាព (amplitude) នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង

-បន្ទាប់មក គេចែក វិសាលភាព នោះជាចន្លោះដាច់ៗពីគ្នា ដើម្បី កំណត់នូវ ថ្នាក់ (définissant les classes) ទាំងឡាយ ។

យើងរំលឹកថា ចំនួនថ្នាក់គឺ កំរិតដោយបំពាន (arbitraire) ។ ពីព្រោះថា បើយក ច្រើនពេក នោះគេពិបាកនឹងយល់ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងទាំងមូល តែបើចំនួនថ្នាក់តិចពេក នោះគេអាច ដាក់នៅក្នុងថ្នាក់តែមួយ នូវ ការសង្កេតពីរ ដែល ខុសគ្នាច្រើន ។

ដោយសន្មត បើ a និង b នៅខាងចុងថ្នាក់ណាមួយ (a < b) នោះគេថា a នៅក្នុងថ្នាក់ ហើយ b នៅក្រៅថ្នាក់នោះ ។ ដូច្នេះ ចន្លោះដែលកំណត់ថ្នាក់នីមួយៗ គឺ ជា ចន្លោះ បិទខាងឆ្វេង និងបើកខាងស្តាំ ដែលមានរាងដូចជា [a, b[។

ដើម្បី សម្រួល គេយកថ្នាក់នីមួយៗ មានប្រវែង វិសាលភាព ស្មើគ្នា។

ជាទីបញ្ចប់ គេបង្ហាញនូវចំនួននៃ ឯកតាស្ថិតិ របស់ថ្នាក់នីមួយៗ ដែលហៅថា អេហ្វេចទីហ្វ (effectif) នៃថ្នាក់ ។ ហើយគេក៏បាន ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងមួយ និង តារាង ស្ថិតិ ដូចគ្នានឹង §II-1-1 តែ $X_1, X_2, \dots\dots\dots, X_i, \dots., X_k$ ជា k ថ្នាក់ ហើយ $n_1, n_2, \dots\dots.., n_i, \dots., n_k$ ជា អេហ្វេចទីហ្វ នៃថ្នាក់ដែលផ្គូជាមួយ ។

ឧទាហរណ៍

ការបែកឧទ្យាន នៃ 2478 រថយន្ត ទៅតាម ចំនួនគីឡូម៉ែត្ររត់ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ ម៉ូដាលីតេ ទាំង ៦ ដែលគេយកគឺ ៖ ក្រោម 4.000km, ពី 4.000ទៅក្រោម 8.000km , ពី 8.000 ទៅ ក្រោម 12.000km, ពី 12.000 ទៅ ក្រោម 16.000km, ពី 16.000 ទៅក្រោម 20.000km, ពី 20.000km ឡើងទៅ ។

*

ចំនួនជា km ប្រើក្នុង ១ឆ្នាំ រាប់ជា 1.000 km	តិច ជាង 4	4 ទៅ ក្រោម 8	8ទៅ ក្រោម 12	12ទៅ ក្រោម 16	16 ទៅ ក្រោម 20	20 ឡើងទៅ	
អេហ្វេចទីហ្វ ចំនួនរថយន្ត	228	634	821	475	233	87	បូករួម 2.478

សង្កេត

ចំនួន គីឡូម៉ែត្រ ដែលរត់ ក្នុងតារាងនេះ គឺ 4.000 8.000 12.000…… គឺជាចំនួន ខាង ចុង នៃចន្លោះ [4000, 8000[; [8000, 12000[; …… ។ តាមធម្មា ចម្ងាយដែលយើងប្រើ មិនងាយជាចំនួនគត់ ដូចជា 4000 ឬ 8000 តែម្តងទេ ។ វាច្រើនតែ 3560 ឬ 7863ជា ដើម តែដល់គេយក គេអាចសន្មត ចំនួនគត់ ដូចជា 4000 ជាដើមថ្វីបើ ចំនួនមែនទែន 3560 ក៏ដោយ ។ ហេតុនេះហើយ បានជា នៅពេលនេះ គេ និយាយ អំពី ចុងតែឈ្មោះ

(4000) និង ចុងពិត (3560) ជាដើម។ ការដែលកាត់យកតែចំនួនគត់ បែបនេះ អាចមាន ពីររបៀប គឺ ៖

១- គេ ខិតទៅយក ខ្ទង់ពាន់ណាដែលជិត ។ ឧបមាដូចជា 3510 ដែលនៅចន្លោះ 3000 និង 4000 [(3000 < 3510 < *4000*] នោះគេ យក 4000 ពីព្រោះ 3510 ជិត ទៅ 4000 ជាង 3000 ។

២- គេ ខិតទៅយក ខ្ទង់ពាន់ណា ដែលតូចជាង។ ឧបមា 3510 នោះគេយក 3000 ។

<u>**តទៅនេះ ជានិយមន័យ ៖**</u>

1/ ចុងតែឈ្មោះ (Extrémités nominales) និង ចុងពិត (et extrémités effectives)

ផ្ចិតនៃថ្នាក់ (centre de classes)

នៅក្នុង តារាងខាងលើ **ចុងតែឈ្មោះ** នៃថ្នាក់ទាំងអស់ គឺ ៖ **4, 8, 12, 16, 20** ។

a- តែ បើគេសន្មតថា ចំពោះចម្ងាយនៃគីឡូមែត្រ គេកាត់យក <u>ចំនួនពាន់ (1000)ដែលជិត</u> (kilométrage arrondi au millier le plus proche)

[ដូចជា 7400km គេយក 7000km ហើយ 7500km គេយក 8000km] នៅពេលនោះ ចំពោះ ចម្ងាយ កត់ត្រាដូចជា 8[7] នោះគឺ ផ្គូទៅនឹង <u>ចម្ងាយពិត នៅក្នុងចន្លោះ</u> 7,5 និង 8,5។ ហើយចំពោះ ចម្ងាយកត់ត្រាដោយ 4 ក៏ផ្គូ និងចម្ងាយពិតនៅក្នុងចន្លោះ 3,5 និង 4,5 ។

[7] 8 គឺ 8000 km. (តាមការសន្មត សរសេរលេខ ក្នុង ឧទាហរណ៍នេះ គឺថា 1 ស្មើនឹង 1000 km ។

ដូច្នេះ ចំនួន **3,5**[8] **; 7,5 ; 11,5 ; 15,5 ; 19,5** គឺ (ដោយរាប់ជា ពាន់ គីឡូម៉ែត្រ)

ជាចុងពិត នៃថ្នាក់ នៃ តារាងខាងលើនេះ ។

ហើយ ចុងពិតជាបន្ទាប់ គឺ ចុងពិតខាងដើម + វិសាភាព ។

ឧទាហរណ៍ ចំពោះ តារាងខាងលើ ៖

ចុងតៃឈ្មោះ គឺ 4, 8, 12, 16, 20

ដូច្នេះ វិសាលភាព មានប្រវែង ៖ 8 – 4 = 4

-ចំពោះ ចុងតៃឈ្មោះ 4 នោះចុងពិត ខាងដើម គឺ 3,5ហើយ ចុងពិតបន្ទាប់គឺ

3,5 + 4 = 7,5 ។

-ចំពោះ ចុងតៃឈ្មោះ 8 នោះចុងពិត ខាងដើម គឺ 7,5ហើយ ចុងពិតបន្ទាប់គឺ

7,5+ 4 = 11,5 ។

រួមសេចក្តីទៅ **ចុងពិត** ទាំងអស់ គឺ ៖ 3,5 ; 7,5 ; 11,5 ; 15,5 ; 19,5 ;

b- បើចំពោះចម្ងាយ ជាគីឡូម៉ែត្រ គេកាត់យកចំនួន ពាន់ដែលតូច (ដូចជា 1900 គេយក 1000 ដូច្នេះ ខ្ទង់ ពាន់ ត្រូវគ្នា) (kilométrage arrondi par défaut au millier inférieur) នៅពេលនោះ **ចុងពិត**នៃថ្នាក់ និង **ចុងតៃឈ្មោះ** គឺដូចគ្នា គឺ ៖

4, 8, 12, 16, 20 (ដោយរាប់ជា1000 គឺថា 4 គឺ 4000) ។

ផ្ចិតនៃថ្នាក់

---

[8] 3,5 គឺ 3500 km

គេហៅថា ផ្ចិតនៃថ្នាក់ គឺ ជាចំនួន ស្មើនឹង ផលបូកនៃចុងពិត ចែកនឹង២ ។

ថ្នាក់នៅខាងចុងគេ បើថ្នាក់ឯទៀតមានវិសាលភាពដូចគ្នា ថ្នាក់ខាងចុងគេនោះក៏យក វិសាលភាពនោះដែរ (នេះជាការសន្មតស្រួលជាងគេ)។

ដូច្នេះ ចំពោះថ្នាក់ចុង ដែលនៅខាងមុខចុងពិត 3,5 *នោះមានចំនួនចុងពិត 3,5* - 4 = -0,5 ។

ចំពោះ ឧទាហរណ៍ខាងលើ ផ្ចិតនៃថ្នាក់ ទាំងឡាយ គឺ ៖

ចំពោះ a/ *ចំនួនចុងពិត គឺ* -0,5 ; 3,5 ; 7,5 ; 11,5 ; 15,5 ; 19,5 ; 23,5 ។

ដូច្នេះ ផ្ចិតនៃថ្នាក់ ទាំងអស់ គឺ ៖ $\frac{-0,5+3,5}{2} = 1,5$; $\frac{3,5+7,5}{2} = 5,5$; $\frac{7,5+11,5}{2} = 9,5$;
$\frac{11,5+15,5}{2} = 13,5$; $\frac{15,5+19,5}{2} = 17,5$; $\frac{19,5+23,5}{2} = 21,5$ ។

ចំពោះ b/ *ចំនួនចុងពិត គឺ* 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 [9]។

ដូច្នេះ ផ្ចិតនៃថ្នាក់ ទាំងអស់ គឺ ៖ $\frac{0+4}{2} = 2$; $\frac{4+8}{2} = 6$; $\frac{8+12}{2} = 10$;
$\frac{12+16}{2} = 14$; $\frac{16+20}{2} = 18$; $\frac{20+24}{2} = 22$ ។

	ចុងតែឈ្មោះដែលបានដោយ កាត់យកចំនួន ពាន់ ដែល ជិត		
ចុងតែឈ្មោះ	ចុងពិត	ថ្នាក់នៃចុងពិត	ផ្ចិត នៃថ្នាក់ចុងពិត
	-05	[-05 , 3,5[............	(-05+3,5) : 2 = 1,5
4	3,5	[3,5 , 7,5[............	(3,5 + 7,5) : 2 = 5,5
8	7,5	[7,5 , 11,5[............	(7,5 + 11,5) : 2 = 9,5
12	11,5	[11,5 , 15,5[..........	(11,5 + 15,5) : 2 = 13,5
16	15,5	[15,5 , 19,5[..........	(15,5 + 19,5) : 2 = 17,5
20	19,5	[19, 5 , 23, 5[..........	(19,5 + 23,5) : 2 = 21,5

[9] 24 = 20 +4 (*ដោយ* 4 *គឺ វិសាលភាព*) ។

	ចុងតែឈ្មោះដែលបានដោយ កាត់យកចំនួន ពាន់ ដែល តូច		
ចុងតែឈ្មោះ	ចុងពិត	ថ្នាក់នៃចុងពិត	ផ្ចិត នៃថ្នាក់ចុងពិត
	0	[0 , 4 […………….	(0+ 4) : 2 = 2
4	4	[4 , 8 [……………	(4 + 8) : 2 = 6
8	8	[8 , 12 […………...	(8 + 12) : 2 = 10
12	12	[12 , 16 [………….	(12 + 16) : 2 = 14
16	16	[16, 20 [………….	(16 + 20) : 2 = 18
20	20	[20, 24 […………..	(20 + 24) : 2 = 22

2/ គេ ក៏អាចបានតារាង ដូចខាងលើនេះដែរ ចំពោះករណី អថេរដាច់ នៅពេលដែលតម្លៃ នៃអថេរនេះមានច្រើនខ្លាំងពេក ហើយដោយគេក៏ប្រមូលផ្តុំតម្លៃនោះ ជាក្រុមៗ។

ឧទាហរណ៍

គេ អាចរាយ អគារពេងច័ក្រ ទៅតាម ចំនួនបុគ្គលិក(អថេរដាច់)ដែលធ្វើការនៅក្នុងអគារនោះ ដោយចែកជាថ្នាក់ ៖

តិចជាង10នាក់ ពី10នាក់ទៅក្រោម20នាក់ ពី20នាក់ទៅក្រោម100នាក់ ពី100នាក់ទៅក្រោម500នាក់ ហើយនិង ពី 500នាក់ឡើងទៅ ។

II-4. ការបកស្រាយ វ៉ិចទរីយែល នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងដែលមានមួយអថេរ (Interprétation vectorielle des distributions à une variable)

យើងសន្មតថា ៖

-ចរិត X ជា ចរិតបរិមាណ (មួយ អថេរ)

-ចំនួន $x_1, x_2, \dots\dots.., x_k$ គឺ ជា តម្លៃ នៃ អថេរ (បើ សិនជាអថេរ ដាច់) ឬមួយ ជា ផ្ចិតនៃ k ថ្នាក់ (បើសិនជាអថេរ ជាប់)។

- ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ គឺសង្ខេប ដោយតារាង ខាងក្រោមនេះ ៖

អថេរ X ………………..	x_1	x_2	………	x_i	………	x_k	
អេហ្វេចទីហ្វ ……………	n_1	n_2		n_i		n_k	បូករួម : n

តារាងនេះ ត្រូវយល់ថា ចំពោះតម្លៃ x_i នៃ អថេរ X គេសង្កេតឃើញមាន n_i ដង គឺថា មានចំនួន n_i នៃប្រជាជន ដែលមាន ចរិត x_i ។ ហើយបើជា ថ្នាក់ X_i ដែលមាន ផ្ចិត x_i នោះមានន័យថា ថ្នាក់នោះ មាន n_i ធាតុ ។

*****

$x_1, x_1, x_1, \dots., x_1$ ← n_1 ដង → $x_2, x_2, \dots.., x_2$ ← n_2 ដង → …… $x_i, x_i, \dots\dots.., x_i$ ← n_i ដង → ….. $x_k, x_k, \dots.., x_k$ ← n_k ដង →

ដោយ $n_1 + n_2 + \cdots \dots\dots + n_i + \cdots .. + n_k = n$

នោះ យើងអាច ផ្លូតារាង ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងខាងលើ ទៅនឹង វ៉ិចទ័រ $\vec{V}$ មួយដែល មាន n កុមប៉ូសង់ គឺ ៖

$\vec{V} = (x_1, x_1, \dots, x_1, x_2, x_2, \dots, x_2, \dots, x_i, x_i, \dots, x_i, \dots, x_k, \dots, x_k)$ ។

II-5. អេហ្វិចទីហ្វ និង ហ្វ្រេកង់ (Effectifs et Fréquences)

1/ អេហ្វិចទីហ្វ

និយមន័យ

បើ X ជាចរិតស្ថិតិ (គុណភាព ឬ បរិមាណ) នៃ ម៉ូដាលីតេ $x_1, x_2, \dots, x_k$ នោះចំនួនគត់ធម្មជាតិ (l'entier naturel) (កត់ដោយ n_i) បង្ហាញនូវ **ចំនួនដង** ដែល ម៉ូដាលីតេ x_i ហៅថា **អេហ្វិចទីហ្វ** នៃ ម៉ូដាលីតេ x_i ។

ឧទាហរណ៍

នៅ §1-2/ 1° អេហ្វិចទីហ្វ នៃថ្នាក់ « រើសយក N » មាន 35 ។

នៅ §2-2/ 2° អេហ្វិចទីហ្វ នៃថ្នាក់ « 4 » មាន 23 ។

នៅ §3-2/ អេហ្វិចទីហ្វ នៃថ្នាក់ « ពី 12 ទៅក្រោម 16 » មាន 475 ។

អេហ្វិចទីហ្វ បូករួម (effectif total)

ផលបូក នៃ អេហ្វិចទីហ្វ គឺ ជា ចំនួនសង្កេតទាំងអស់ ឬ ក៏ជា ចំនួនឯកតាស្ថិតិដែលបានសង្កេត។

បើ n ជាចំនួននោះ ហើយបើ $n_1, n_2, \dots, n_k$ ជា អេហ្វិចទីហ្វនៃថ្នាក់ នោះគេបាន

$n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ ដែលគេសរសេរ $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$

2/ ហ្វ្រេកង់ (Fréquences)

ដើម្បី នឹងផ្ទៀបធៀប រវាងគ្នានឹងគ្នា នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ[10] នោះគេច្រើនគណនា ចំពោះថ្នាក់នីមួយៗ នូវ អនុបាត $\frac{n_i}{n}$ (n_i ជា អេហ្វេចទីហ្វនៃថ្នាក់ X_i ហើយ n ជាចំនួនទាំងអស់នៃការសង្កេត)។

អនុបាត (rapport) នេះ ហៅថា ហ្វ្រេកង់ f_i នៃ ម៉ូដាលីតេ [11]X_i ៖

$$f_i = \frac{n_i}{n} \quad (\text{ដោយ } 1 \leq i \leq k)$$

ឧទាហរណ៍

នៅ §1-2/ 1° ហ្វ្រេកង់ នៃថ្នាក់ « រើសយក N » មាន $\frac{35}{100}$ ។

នៅ §2-2/ 2° ហ្វ្រេកង់ នៃថ្នាក់ « 4 » មាន $\frac{23}{1000}$ ។

នៅ §3-2/ ហ្វ្រេកង់ នៃថ្នាក់ « ពី 12 ទៅក្រោម 16 » មាន $\frac{475}{2478} \cong 0{,}192$ ។

ជាទូទៅ គេបានតារាង នៃ ហ្វ្រេកង់ ខាងក្រោមនេះ ៖

ជាគីឡូម៉ែត្រ ក្នុង ១ ឆ្នាំ (មួយឯកតា = 1000 គ.ម.)	តិចជាង 4 (ពាន់)	4 ទៅតិចជាង 8	8 ទៅតិចជាង 12	12 ទៅតិចជាង 16	16 ទៅ តិចជាង 20	ពី 20 ឡើងទៅ
ហ្វ្រេកង់	0,092	0,256	0,331	0,192	0,094	0,035

[10] ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង គឺ ជា ច្បាប់ (loi) នៃការចែក នូវការសង្កេតទាំងអស់ ជា ថ្នាក់ៗ ហើយគេក៏បានតារាងនៃថ្នាក់ទាំងនោះ ដោយមានអេហ្វេចទីហ្វ របស់ថ្នាក់ជាប់មកជាមួយ ។

[11] ម៉ូដាលីតេ គឺ ថ្នាក់នៃ ចរិត ស្ថិតិ

ដូច្នេះ តាមនិយមន័យ ហ្រេកង់ ៖

$$0 \leq f_i \leq 1$$

$$\sum_{i=1}^{k} f_i = \frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n} + \dots\dots + \frac{n_k}{n}$$

$$= \frac{n_1+n_2+\dots\dots+n_k}{n}$$

$$= \frac{n}{n} = 1$$

ដូច្នេះ $\sum_{i=1}^{k} f_i = f_1 + f_2 + \cdots \dots + f_k = 1$

<u>*សង្កេត*</u>

1/គេមានប្រយោជន៍នឹងដឹងនូវ អេហ្វេចទីហ្វ ឬ ហ្រេកង់ ទៅតាមករណី ៖ អេហ្វេចទីហ្វ បង្ហាញ ជាដាច់ខាត នៃ ម៉ូដាលីតេនីមួយៗ។ ចំណែកឯហ្រេកង់វិញ គឺ ប្រៀបធៀប ចំណែកនៃម៉ូដាលីតេ ទៅនឹងការបូករួមទាំងអស់ ។

2/ គេ មិនត្រូវ លាក់ នូវចំនួននៃការសង្កេតតិច ដោយបង្ហាញ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ត្រឹមតែ ហ្រេកង់ ប៉ុណ្ណោះទេ។

3/ ដើម្បីជៀសវៀង សរសេរនូវចំនួន ដេស៊ីមាល នោះ គេ សរសេរហ្រេកង់ ភាគរយ (%) ឬ ជា ភាគពាន់ (°/°°) ។ ឧទាហរណ៍ 92/1000 គឺ 0,092 ។

II-6. *អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម និង ហ្រេកង់បន្ថែម* (Effectifs cumulés et Fréquences cumulés)

1/ ឧទាហរណ៍

យើងយកឡើងវិញ នូវឧទាហរណ៍ នៃ §II-3 ៖ ឪសទ្រីប៊ុយស្បុង នៃ 2478 រថយន្ត តាម ចំនួនគីឡូមែត្រដែលរត់ ក្នុង១ ឆ្នាំ ។ យើងចោទជាសំនួរថា ៖

តើ មានចំនួនរថយន្ត ប៉ុន្មាន ដែលរត់ក្នុង១ឆ្នាំ ក្រោម 12.000 km ?

ឬ

តើ មានចំនួនរថយន្ត ប៉ុន្មាន ដែលរត់ក្នុង១ឆ្នាំ លើសពី 8.000 km ?

ដើម្បី ឆ្លើយទៅនឹងសំនួរទី១ នោះគេគ្រាន់តែបូក អេហ្វេចទីហ្វ នៃ ថ្នាក់ បី ដំបូង ។ គេបាន 228+634+821 = 1683 ។ កាលណា គេ បូកពី មួយថ្នាក់ទៅមួយថ្នាក់ គេថាគេបូកដោយចុះ (កត់ត្រាដោយ ↘) ។

តែ ដើម្បី ឆ្លើយទៅនឹងសំនួរទី២ នោះ គេចាប់ បូកដោយ ឡើង (↗) គឺ ថា គេគណនាអេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម ដោយចាប់ពី អេហ្វេចទីហ្វនៃថ្នាក់ ចុងគេ គឺ 87+233+475+821 ។

គីឡូមែត្រ ក្នុង១ឆ្នាំ (មួយឯកតា = 1000 Km)	អេហ្វេចទីហ្វ ក្នុង ១ ថ្នាក់	អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម
ក្រោម 4 …………………………………….	228	228
ពី 4 ទៅ ក្រោម 8 …………………………….	634	862
ពី 8 ទៅក្រោម 12 ………………………….	821	1 683
ពី 12 ទៅក្រោម 16………………………..	475	2 158
ពី 16 ទៅក្រោម 20……………………….	233	2 391

ពី 20 ឡើងទៅ ………………………………	87	2 478
បូករួម	2 478	

ជាទូទៅ កាលណា ចរិតស្ថិតិ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ជា បរិមាណ (អថេរស្ថិតិ) តម្លៃ នៃ ចរិតនោះ គឺ តម្រៀបតាម ធម្មតា ទៅតាម តម្លៃកើន ឬ តម្លៃចុះ (តែជាទូទៅច្រើន តែ កើន)។ ដូច្នេះ គេ បន្ថែម ទៅក្នុង តារាងស្ថិតិនៃអេហ្វេចទីហ្វ នូវ « អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម » (ដូចតារាងខាងក្រោមនេះ)។

បើ N_i ជា អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម ដាក់នៅពីមុខ ម៉ូដាលីតេ X_i ហើយបើ តម្លៃ X_1 ,X_2 , ………, X_k គឺ រៀបទៅតាម លំដាប់កើន (les valeurs X_i sont rangées dans l'ordre croissante) នោះបានន័យថា មាន N_i សង្កេត ដែល តិច ឬ ស្មើ នឹង X_i ។

តម្លៃ នៃ អថេរ ឬ ថ្នាក់នៃ តម្លៃ	អេហ្វេចទីហ្វ	អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម
X_1	n_1	$N_1 = n_1$
X_2	n_2	$N_2 = n_1 + n_2 = N_1 + n_2$
X_3	n_3	$N_3 = n_1 + n_2 + n_3 = N_2 + n_3$
………	…….	……………………
X_i	n_i	$N_i = n_1 + \cdots . + n_i = N_{i-1} + n_i$
………	…….	
X_k	n_k	$N_k = n_1 + \cdots \ldots \ldots + n_k = N_{k-1} + n_k$
បូករួម	n	

សង្កេត

-គេ គណនា របៀបគ្នា នូវ ប្រេកង់បន្ថែម

បើ $F_1, F_2, \ldots\ldots\ldots, F_k$ ជា ប្រេកង់បន្ថែម គេបាន (មើល §II-5)

$F_1 = f_1,\ F_2 = f_1 + f_2 = F_1 + f_2,\ \ldots, F_i = F_{i-1} + f_i, \ldots, F_k = f_1 + f_2 + \ldots + f_k = 1$

-តារាង នៃ ប្រេកង់បន្ថែម នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ចេញពីតារាង នៃ §II-5-2 គឺ ៖

គីឡូម៉ែត្រ ក្នុង១ឆ្នាំ (មួយឯកតា = 1000 គ.ម.)	តិចជាង 4	4 ទៅ ក្រោម 8	8 ទៅ ក្រោម 12	12 ទៅ ក្រោម 16	16 ទៅ ក្រោម 20	ពី 20 ឡើង ទៅ
ប្រេកង់ បន្ថែម	0,092	0,348	0,679	0,871	0,965	1

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ មាន ចរិត ច្រើន

(Distributationsstatistiques à plusieurs caractères).

*

II-7. ឧទាហរណ៍

<table>
<tr><td rowspan="3">គេធ្វើការសួរមតិ មេផ្ទះ 1000 នាក់ ទាក់ទងនឹង ចរិត គុណភាព បី ៖
-តើប្រើផលិត A ឬ ទេ?
-តើជាមេផ្ទះមានកូន ឬ អត់
-តើ នៅស្រែ ឬ នៅ ក្រុង
ឌីសប៊ុយស្យុងស្ថិតិ មានបី ចរិត គឺ ដូចឧទាហរណ៍ ជាសង្ខេប
ក្នុងតារាង នេះ។</td><td colspan="2"></td><td>ប្រើផលិត A</td><td>មិនប្រើ ផលិត A</td></tr>
<tr><td>អ្នកនៅស្រែ</td><td>មេផ្ទះមានកូន....
មេផ្ទះអត់កូន.....</td><td>125
0</td><td>275
100</td></tr>
<tr><td>អ្នកនៅក្រុង</td><td>មេផ្ទះមានកូន....
មេផ្ទះអត់កូន.....</td><td>260
20</td><td>100
120</td></tr>
</table>

យើងសង្កេតថា នៅក្នុងតារាងខាងលើនេះ គេអាចទាញយកបាននូវ ៣ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ដែលមាន ១ ចរិត។ តែឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ទាំងបីនេះ គេហៅថា ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម (distributions marginales) ពីព្រោះ វានៅគែមតារាង ហើយគេមិនអាចផ្សំ ឲ្យបានជាតារាងដើមដែលមានបីចរិតនោះបានទេ ដោយប្រើឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងគែម ទាំងបីនេះ។

ប្រលិត (produit)	នាក់		មជ្ឈដ្ឋាន	នាក់		គ្រួសារ	នាក់
អ្នកប្រើ	405		អ្នកស្រែ	500		អ្នកមានកូន	760
អ្នក មិនប្រើ	595		អ្នក ក្រុង	500		អ្នកមិនមានកូន	240

II-8. ឪសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិពីរជង់ (Distributions statistiques doubles)

និយមន័យ

គេហៅបែបនេះ ចំពោះ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ មាន ២ ចរិត (ចំពោះ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង មាន ១ចរិត គេហៅថា ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងធម្មតា) ។

1-ឧទាហរណ៍

1- គេចង់ ចែក ប្រជាជនបារាំង ទៅតាម ភូមិភាគ (selon les régions) និងតាម ប្រភេទនៃ ភូមិ (et la catégorie des communes) (នេះជាការ ជំរឿននៅឆ្នាំ 1962)។

ឯកតាស្ថិតិ គឺ « បារាំង មួយនាក់» (un français)

តទៅនេះ ចរិតទាំងពីរ គឺ គុណភាព (qualitatif)

ឧបមាថា៖

-ចរិត « ភូមិភាគ »(régions) មាន 9 ម៉ូដាលីតេ៖ Paris, …., Massif Central, ………

-ចរិត « ភូមិ » (commune)មាន 4 ម៉ូដាលីតេ ៖ ភូមិ ស្រែចំការ និង ភូមិក្រុង ដែលចែកចេញជា

[តិចជាង 20.000 នាក់] [ពី 20.000 ទៅតិចជាង 100.000] [ពី 100.000 ឡើងទៅ]។

នៅពេលនោះ គេគូរ តារាងមួយ រាងបួនជ្រុងទ្រវែង មាន 9 បន្ទាត់ដេក (ចំពោះ ចរិត ភូមិភាគ) និង 4 បន្ទាត់ឈរ (ចំពោះចរិត ភូមិ) ដូចខាងក្រោមនេះ ៖

ភូមិភាគ ធំៗ	ភូមិ ស្រែចំការ	ក្រុង			
		តិចជាង 20.000 នាក់	ពី 20.000 នាក់ ទៅក្រោម 100.000	ពី 100.000 នាក់ឡើង ទៅ.....	បូករួម
	ចំនួនមាន ឯកតា ស្មើនឹង 1.000 នាក់				
1 ភូមិភាគបារីស	430	157	168	7.814	8.569
2. ភូមិភាគជុំវិញបារីស	2.936	988	1.045	1.107	6.076
3.ភូមិភាគ ខាងជើង	738	658	726	1.585	3.707
4.ភូមិភាគខាងកើត	1.724	962	658	1.216	4.560
5.ភូមិភាគខាងលិច	3.531	974	685	1.049	6.239
6.ភូមិភាគកណ្តាល	1.198	300	280	290	2.068
7.ភូមិភាគខាងត្បូង-លិច	3.213	843	1.118	807	5.981
8.ភូមិភាគខាងត្បូង-កើត	2.278	902	793	1.623	5.596
9.ភូមិភាគត្បូង-សមុទ្រ	1.306	844	1.017	1.595	4.762
បូករួម	17.354	6.628	6.490	17.086	47.558

ដើម្បី មើលតារាងនេះ ត្រូវយល់ថា ដូចជា ចំនួន 157 (គឺ ប្រជាជនមានចំនួន 157.000 នាក់) ហើយ 157 នេះនៅ ត្រង់កន្លែង កាត់គ្នា នៃបន្ទាត់ដេក (ភូមិភាគ បារីស) និងបន្ទាត់ឈរ (ក្រុងតិចជាង 20.000 នាក់) បង្ហាញ នូវ អេហ្វេចទីហ្វនៃការសង្កេតដែលមាន ២ ម៉ូដាលីតេ (គឺ ភូមិភាគបារីស និង ក្រុងមានប្រជាជនតិចជាង 20000 នាក់) ។

ហើយ ចំពោះ ចំនួន 6.628 (គឺ 6.628.000 នាក់) នៅបន្ទាត់ផ្តេកបូករួម គឺ ចំនួន ប្រជាជនក្នុងប្រទេសបារាំងទាំងមូល ដែលរស់នៅ ក្នុងក្រុងដែលមានប្រជាជនតិចជាង 20.000 នាក់ ។ ហើយ ចំនួន 47.558 (គឺ 47.558.000 នាក់) គឺចំនួនប្រជាជននៃប្រទេសបារាំងនៅឆ្នាំ 1962 ដែលគេធ្វើការជំរឿននោះ ។

ឧទាហរណ៍នេះ ធ្វើឲ្យយើងយល់នូវ ចរិត គុណភាព ដូចជា « ក្រុង » ដែលមិនអាចវាស់វែងបាន ដូចជា « កំពស់ » នៃកូនសិស្ស ដែលជាចរិត បរិមាណ នោះទេ។

2- គេ ចែក នៅក្នុងឧទ្យានរថយន្ត ទៅតាមចំនួនគីឡូម៉ែត្រដែលបានប្រើក្នុង១ឆ្នាំ (ចរិតបរិមាណ) និងទៅតាម រថយន្ត ចាស់ ឬ ថ្មី (ចរិត គុណភាព) នៅពេលដែលគេ ទិញ រថយន្តទាំងនោះ ។

គេឲ្យយើងបកស្រាយ តារាង ខាងក្រោមនេះ ដែលជា តារាងសង្ខេប នៃឪសទ្រីប៊ុយស្យុង (ឯកតាស្ថិតិ និង ម៉ូដាលីតេ នៃចរិត ......)

*

*

ចំនួនគីឡូម៉ែត្រប្រើក្នុង១ឆ្នាំ 1 ឯកតា = 1000 km.	រថយន្ត នៅ ថ្មី	រថយន្តចាស់	រថយន្ត ទាំងអស់
តិចជាង 4…………………………….	32	196	228
ពី 4 ទៅក្រោម 8…………………..	125	509	634
ពី 8 ទៅក្រោម 12…………………	331	490	821
ពី 12 ទៅក្រោម 16………………..	238	237	475
ពី 16 ទៅក្រោម 20………………..	141	92	233
ពី 20 ឡើងទៅ ……………………..	48	39	87
បូករួម…………	915	1.563	2.478

យើងបកស្រាយតារាងនេះ តាមនិយមន័យដែលបានរៀនមកហើយ គឺ ៖

-ឯកតាស្ថិតិ គឺ 1 រថយន្ត

-ចរិតស្ថិតិ មាន២ គឺ ចំនួនគីឡូម៉ែត្រដែលរត់ក្នុង ១ឆ្នាំ ជាចរិតបរិមាណ និង រថយន្ត ថ្មី ឬ ចាស់ ជាចរិតគុណភាព។

-ក្នុងតារាងនេះ គេចែកថ្នាក់ គឺ ម៉ូដាលីតេ ទៅតាម ចរិត បរិមាណ ដូចជា ៖

a/ ថ្នាក់តិចជាង 4 (គឺ រថយន្ត រត់ក្នុងមួយឆ្នាំ ក្រោម 4.000 km) មានចំនួន រថយន្តថ្មី ចំនួន 32 និងរថយន្តចាស់ ចំនួន 196 ហើយដល់បូករួមទៅ ថ្នាក់នេះ មានធាតុទាំងអស់ ស្មើនឹង 32 + 196 = 228 (បន្ទាត់ ផ្ដេក ទី១) ។

b/ បន្ទាត់ផ្ដេកក្រោមគេ ឲ្យ ៖ ចំនួន រថយន្ត ថ្មី ក្នុងឧទ្យាននោះ មាន 915 និង ចំនួន រថយន្ត ចាស់ ក្នុងឧទ្យាននោះ មាន 1.563 ដល់បូករួមទាំងអស់មាន 2.478 រថយន្ត ។

3- តារាងខាងក្រោមនេះ បង្ហាញនូវឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ នៃក្មេងប្រុស 300 នាក់ ដែលមានអាយុ 9ឆ្នាំនោះ ទៅតាម កំពស់ និង ទម្ងន់ (ដែលជាអថេរជាប់ ទាំងពីរ)។ ទម្ងន់ និង កំពស់ ដាក់ក្នុងតារាងនេះ គឺ ជាតម្លៃ ផ្ចិត នៃថ្នាក់ (valeurs centrales des classes) ។

ទម្ងន់ (ជា kg)	កំពស់ (cm)							គ្រប់ កំពស់
	120	125	130	135	140	145	150	
20………………	4							4
22,50……………	3	7	2					12
25………………	2	17	20	7	1			47
27,5……………		8	30	28	6			72
30………………		1	17	36	19	4		77
32,50……………			4	16	22	3	2	47
35………………			1	5	10	8		24
37,50……………				1	4	5	2	12
40…………….....					2	1	2	5
គ្រប់ ទម្ងន់	9	33	74	93	64	21	6	300

ឧទាហរណ៍ នេះខុសពី ឧទាហរណ៍ មុនៗ ត្រង់ អថេរ យកតម្លៃជាចំនួនពិត ហើយ ចំពោះ ថ្នាក់នីមួយៗ គេយក តម្លៃផ្ចិតនៃថ្នាក់ ជាដំណាងថ្នាក់។ តារាងនេះ សង្ខេប ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងដែលមាន២ ចរិតស្ថិតិ គឺ ចរិតទម្ងន់ និងចរិតកំពស់ ។ ដូច្នេះ អថេរ ដែល ជាប់នឹងចរិត ក៏មាន២ដែរ ។

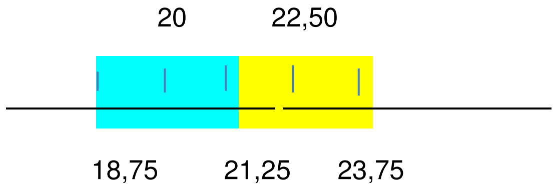
ដោយ ទម្ងន់ និង កំពស់ មិនមែនជាចំនួនគត់ នោះ អថេរទាំង២នេះ យកតម្លៃនៅក្នុងសំនុំនៃចំនួនពិត (ensemble de nombres réels) ។ ដូច្នេះ ថ្នាក់ ឬ ម៉ូដាលីតេ គឺជាចន្លោះនៃចំនួនពិត ។ ហើយយើងធ្លាប់បានឃើញហើយ នៅពេលនោះ គេ កំណត់នូវវិសាលភាព (amplitude) នៃថ្នាក់ ដែលអាចខុសគ្នាពីមួយថ្នាក់ ទៅមួយថ្នាក់។ តែនៅទីនេះ ថ្នាក់ទាំងអស់មាន វិសាលភាពស្មើគ្នា។ ដោយវិសាលភាព ស្មើនឹង ប្រវែងនៃផ្ចិតពីរជាប់គ្នា នោះ យើង បាន 25 – 22,50 = 2,50 ។ ដូច្នេះវិសាលភាពនៃ ថ្នាក់ទម្ងន់ គឺ 2,50 kg ។ ដោយ $\frac{2,50}{2}$ = 1,25 ដូច្នេះ ថ្នាក់នៃផ្ចិត 22,50 នោះមានចន្លោះ [22,50 -1,25 , 22,50 +1,25[= [21,25 , 23,75[។ បើយើងគណនា $\frac{21,25+23,75}{2} = 22,50$ ដោយ អថេរ ជាចំនួនពិត យើងត្រូវយល់ថា បើក្មេងម្នាក់ មានទម្ងន់ 22,50 kg នោះក្មេងនោះនៅក្នុងថ្នាក់ មានផ្ចិត 22,50 ។ ចុះបើក្មេងម្នាក់ទៀត ថ្លឹងទៅ បានទម្ងន់ 21,60 តើយើងដាក់ក្មេងនោះ ក្នុងថ្នាក់ណា? បើនៅក្នុងតារាង ខាងលើ ចំពោះ បន្ទាត់ឈរ ទី១ យើងគ្មានឃើញ ចំនួន 21,60 នេះផង ?

ចម្លើយ គឺ នៅក្នុងថ្នាក់ ដែលមានផ្ចិត 22,50 ។ ពីព្រោះ 21,60 នៅក្នុងចន្លោះដែលមានផ្ចិត ស្មើនឹង 22,50 ។ គឺ ចន្លោះ [21,25 , 23,75[។

ចំពោះ ថ្នាក់នៅខាងចុងគេ គេសន្មត់ថា

<u>មានវិសាលភាពដូចថ្នាក់ ដែលមិននៅចុងគេដែរ។</u>

ដូច្នេះ ចំពោះថ្នាក់ 20 ដែលជាថ្នាក់នៅមុខថ្នាក់ 22,50 យើងអាចកំណត់៖



ដូច្នេះ ថ្នាក់នៃ ទម្ងន់ មាន ៖ [18,5 , 21,25[; [21,25 , 23,75[; [23,75 , 26,25[; [26,25 , 28,75 [; ...... ; [36,25 , 38,75[; [38,75 , 41, 25[។

ហើយចំពោះ ថ្នាក់នៃ កំពស់វិញ ក៏យើងពន្យល់ដូចថ្នាក់នៃ ទម្ងន់ដែរ ។ ថ្នាក់នីមួយៗ មាន វិសាលភាព ស្មើនឹង 5cm ។ ដូច្នេះ $\frac{5\text{cm}}{2} = 2,5\ cm$ ហើយ ចំពោះ ចន្លោះ I ដែលមាន ផ្ចិត 125 យើង បាន ៖ I = [125-2,5 , 125+2,5 [= [122,50 , 127,50[។

ដូច្នេះ ថ្នាក់ទាំងឡាយ នៃ កំពស់ មាន៖

[117,50 , 122,50[; [122,50 , 127,50[; [127,50 , 132,50[; [132,50 , 137,50[; [137,50 , 142,50[; [142,50 , 147,50[; [147,50 ,152,50[។

2-ការកត់ត្រាដែលប្រើនៅក្នុង ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិពីរជង់ (Notations utilisées dans les distributions statistiques doubles).

ជាទូទៅ យើងតាងដោយ ៖

X និង Y ចរិត ទាំងពីរ (ឬ អថេរ)

$X_1, X_2, \dots\dots, X_i, \dots\dots, X_r$ គឺ r ម៉ូដាលីតេ ឬ r តម្លៃ នៃ X

$Y_1, Y_2, \dots\dots, Y_i, \dots, Y_s$ គឺ s ម៉ូដាលីតេ ឬ s តម្លៃ នៃ Y ។

ការ បំបែកចេញ ជា ម៉ូដាលីតេ ឬ តម្លៃ នៃ X ឬ Y នូវ n ការសង្កេត អាចបង្ហាញ ជា តារាង បួនជ្រុងទ្រវែង ដូច តទៅនេះ ។

X \ Y	Y_1	Y_2	$\dots\dots\dots\dots$	Y_j	$\dots\dots\dots\dots$	Y_s	បូករួម
X_1	n_{11}	n_{12}	………	n_{1j}	……	n_{1s}	$n_{1.}$
X_2	n_{21}	n_{22}	………	n_{2j}	……	n_{2s}	$n_{2.}$
.							
.							
X_i	n_{i1}	n_{i2}	………	n_{ij}	……	n_{is}	$n_{i.}$
.							
.							
X_r	n_{r1}	n_{r2}	………	n_{rj}	……	n_{rs}	$n_{r.}$
បូករួម	$n_{.1}$	$n_{.2}$	…………	$n_{.j}$	…………	$n_{.s}$	n

ចំនួន n_{ij} ដែលនៅ ត្រង់កន្លែង កាត់គ្នា រវាងបន្ទាត់ផ្តេក X_i និងបន្ទាត់ឈរ Y_j គឺជា អេហ្វេចទីហ្វ (effectifs) គឺ ចំនួន ឯកតាស្ថិតិ នៃ ម៉ូដាលីតេ X_i ដែលមានចរិត X និង ម៉ូដាលីតេ Y_j ដែលមានចរិត Y ។

ត្រូវចាំថា ក្នុងសន្ទស្សន៍ពីរ ij គឺ សន្ទស្សន៍ទី១ i ប្រើសម្រាប់ បន្ទាត់ផ្តេក និងសន្ទស្សន៍ទី២ j ប្រើសម្រាប់ បន្ទាត់ឈរ។

-ចំនួន $n_{i.}$ ដែលនៅក្នុង បន្ទាត់ឈរខាងស្តាំ និងក្នុងបន្ទាត់ផ្តេក X_i គឺជាចំនួន ជាតុ ទាំងអស់ នៃ ថ្នាក់ X_i ដែលមានចរិត X ដោយមិនជាប់ទាក់ទងនឹងចំនួនជាតុនៃថ្នាក់ នៃចរិត Y ។[នៅក្នុង $n_{i.}$ ចំណុច (.) បានន័យថា សន្ទស្សន៍ មិនកំណត់ ដូច្នេះ យក តម្លៃ ទាំងអស់ ដែលមាន] ។

ដូច្នេះ $n_{i.} = n_{i1} + n_{i2} + \cdots + n_{is} = \sum_{j=1}^{s} n_{ij}$ (គឺ សន្ទស្សន៍ i នៅដដែល)។

ក៏ដូចគ្នាដែរ ចំពោះចំនួន $n_{.j}$ ដែលនៅក្នុង បន្ទាត់ផ្តេកខាងក្រោម និង ក្នុងបន្ទាត់ឈរ Y_j គឺជា ចំនួនជាតុទាំងអស់នៃថ្នាក់ Y_j នៃចរិត Y ដោយមិនជាប់ទាក់ទងនឹងចំនួនជាតុនៃ ថ្នាក់នៃចរិត X ។

ដូច្នេះ $n_{.j} = n_{1j} + n_{2j} + \cdots \ldots \ldots + n_{rj} = \sum_{i=1}^{r} n_{ij}$ (គឺ សន្ទស្សន៍ j នៅដដែល)។

3- ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅខាង (Distributions marginales).

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនេះមានពីរ គឺ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង១ ចំពោះ ចរិត១ ។

-ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម ចំពោះចរិត X គឺ [គ្រប់ម៉ូដាលីតេនៃចរិត Y] [12] កំណត់ ដោយ r គូ $(X_1, n_{1.}), (X_2, n_{2.}), \ldots\ldots, (X_i, n_{i.}), \ldots\ldots (X_r, n_{r.})$ ។

គឺ ជាឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងធម្មតា (មាន ១ ចរិត) នៃចរិត X ដែលមាន r ម៉ូដាលីតេ $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_r$ ដោយមាន អេហ្វិចទីហ្វរៀងៗខ្លួន $n_{1.}, n_{2.}, \ldots\ldots, n_{r.}$ ។

ឧទាហរណ៍

[12] គឺ គេ បំភ្លេចសិន ដោយ ចេតនា នូវ ចរិត Y

ចំពោះ តារាង ខាងលើ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង មានពីរ ចរិត (ទម្ងន់និងកំពស់) យើងអាច ទាញយក ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម នៃចរិតទម្ងន់ នៃ ក្មេងប្រុស 300 នាក់ ដោយ តារាង សង្ខេប ដូចតទៅនេះ ៖

ទម្ងន់ (kg)	20	22,5	25	27,5	30	32,50	35	37,50	40	
អេហ្វេចទីហ្វ	4	12	47	72	77	47	24	12	5	បូករួម 300

-ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម ចំពោះចរិត Y គឺ $\left[\text{គ្រប់ម៉ូដាលីតេនៃចរិត } X\right]$[13]

កំណត់ ដោយ s គូ $(Y_1, n_{.1}), (Y_2, n_{.2}), \ldots\ldots, (Y_j, n_{.j}), \ldots\ldots (Y_s, n_{.s})$ ។

គឺ ជាឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងធម្មតា (មាន ១ ចរិត) នៃចរិត Y ដែលមាន s ម៉ូដាលីតេ

$Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_s$ ដោយមាន អេហ្វេចទីហ្វ រៀងៗខ្លួន $n_{.1}, n_{.2}, \ldots\ldots, n_{.s}$ ។

<u>ឧទាហរណ៍</u>

ចំពោះ តារាង ខាងលើ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង មានពីរ ចរិត (ទម្ងន់និងកំពស់) យើងអាច ទាញយក ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម នៃចរិត កំពស់ នៃ ក្មេងប្រុស 300 នាក់ដោយ តារាង សង្ខេប ដូចតទៅនេះ ៖

កំពស់ (cm)	120	125	130	135	140	145	150	
អេហ្វេចទីហ្វ	9	33	74	93	64	21	6	បូករួម 300

[13] គឺ គេ បំភ្លេចសិន ដោយ ចេតនា នូវ ចរិត X

4- ឱសទ្រីប៊ុយស្យុងមានល័ក្ខខ័ណ្ឌ (Distributions conditionnelles).

គេហៅយ៉ាងនេះ នូវឱសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិនៃ **មួយម៉ូដាលីតេ**នៃចរិតមួយ ដែលស្របទៅនឹង ម៉ូដាលីតេ**ទាំងឡាយ នៃចរិតមួយទៀត**។

*

ឧទាហរណ៍

ដោយការសង្កេត ឱសទ្រីប៊ុយស្យុងមានល័ក្ខខ័ណ្ឌ នៃកំពស់ កូនក្មេង 72 នាក់ (មើលតារាងខាងលើ ដែលមានចរិត ទម្ងន់និងកំពស់) ដែល មានទម្ងន់ 27,5 kg គឺ ៖

*

កំពស់ (cm)	120	125	130	135	140	145	150	
27,5	0	8	30	28	6	0	0	បូករួម 72

ល័ក្ខខ័ណ្ឌ នៃឧទាហរណ៍នេះ គឺ ទម្ងន់ 27,5 kg ៖ គេយកតែក្មេងដែលមានទម្ងន់ 27,5 ។ 27,5 ជា ថ្នាក់មួយនៃចរិតទម្ងន់ ដែលជា ល័ក្ខខ័ណ្ឌ ក្នុងឱសទ្រីប៊ុយស្យុងមានល័ក្ខខ័ណ្ឌនេះ ។ ចំពោះ ចរិតកំពស់ វិញ មានម៉ូដាលីតេ ឬ ថ្នាក់ច្រើន ក្នុងឱសទ្រីប៊ុយស្យុងនេះ។

ជាទូទៅ ឱសទ្រីប៊ុយស្យុងមានល័ក្ខខ័ណ្ឌ នៃ Y (កំពស់) ចំពោះ $X = X_i$ (ទម្ងន់) គឺសង្ខេបដោយតារាង ខាងក្រោមនេះ ៖

	Y_1	Y_2	Y_3	………	Y_j	….	Y_s	
X_i	n_{i1}	n_{i2}	n_{i3}	………..	n_{ij}		n_{is}	បូករួម : $n_{i.}$

សង្កេត

ដោយ $i = 1,2,3 \dots \dots , r$ *ហើយ* $j = 1,2,3, \dots \dots , s$ *នោះ*

-គេមាន r *ឪសទ្រីប៊ុយស្យុងមានល័ក្ខខ័ណ្ឌនៃ* Y *ចំពោះ* X *គេឲ្យ*

-គេមាន s *ឪសទ្រីប៊ុយស្យុងមានល័ក្ខខ័ណ្ឌនៃ* X *ចំពោះ* Y *គេឲ្យ ។*

ម្យ៉ាងទៀត តារាង ដែលឲ្យ អេហ្វេចទីហ្វ នៃឪសទ្រីប៊ុយស្យុង មានល័ក្ខខ័ណ្ឌ ឬ នៅខាង នោះអាចជំនួសដោយ « តារាងនៃហ្វ្រេកង់មានល័ក្ខខ័ណ្ឌ » ឬ « តារាងនៃហ្វ្រេកង់នៅខាង » បានដែរ។ ពីព្រោះ កាលណា យើងដឹង អេហ្វេចទីហ្វ នោះ យើងក៏អាចដឹង ហ្វេកង់ដែរ ដោយ ទំនាក់ទំនង ៖

$f_i = \frac{n_i}{n}$ *ដោយ* f_i *ជាហ្វ្រេកង់* n_i *ជា អេហ្វេចទីហ្វនៃម៉ូដាលីតេ ហើយ* n *ជា អេហ្វេចទីហ្វបូករួម ហើយ* $n = n_1 + n_2 + \cdots . + n_i + \cdots n_k$ *៕*

==================== ចប់ ជំពូក ទី ២ =====================

II-9 ***លំហាត់មានចម្លើយ***

លំហាត់ទី១

សរសេរ ដោយពាយ នូវ កន្សោម ខាងក្រោមនេះ ៖

(1) $\sum_{i=1}^{6} x_i$, (2) $\sum_{i=1}^{5}(x_i - 3)$, (3) $\sum_{i=1}^{4} n_{i.} x_i$

(4) $\sum_{i=1}^{n} x_i$, (5) $\sum_{i=1}^{n}(x_i - 3)$, (6) $\sum_{i=1}^{k} n_{i.}x_i$ ។

ចម្លើយ ៖

(1) $\sum_{i=1}^{6} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$

(2) $\sum_{i=1}^{5}(x_i - 3) = (x_1 - 3) + (x_2 - 3) + (x_3 - 3) +(x_4 - 3) + (x_5 - 3)$

(3) $\sum_{i=1}^{4} n_{i.} x_i = n_{1.}x_1 + n_{2.}x_2 + n_{3.}x_3 + n_{4.}x_4$

(4) $\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_i + \cdots + x_n$

(5) $\sum_{i=1}^{n}(x_i - 3) = (x_1 - 3) + (x_2 - 3) + \ldots + (x_i - 3) + \ldots + (x_n - 3)$

(6) $\sum_{i=1}^{k} n_{i.}x_i = n_{1.}x_1 + n_{2.}x_2 + \ldots\ldots + n_{i.}x_i + \cdots .. + n_{k.}x_k$ ។

==

លំហាត់ទី២

សរសេរ ដោយប្រើ សញ្ញា Σ នូវ វិធីបូក ដូចតទៅនេះ ៖

(1) $x_1 + x_2 + \cdots + x_n - na$, (2) $ax_1 + ax_2 + \ldots\ldots.. + ax_n$

(3) $n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_kx_k$

(4) $x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_2 + x_2y_3$ ។

ចម្លើយ

(1) $x_1 + x_2 + \cdots + x_n - na = \sum_{i=1}^{n} x_i - na$

(2) $ax_1 + ax_2 + \ldots\ldots.. + ax_n = a\sum_{i=1}^{n} x_i$

(3) $n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_kx_k = \sum_{i=1}^{k} n_ix_i$

(4) $x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 + x_2y_2 + x_2y_3 = x_1\sum_{i=1}^{3} y_i + x_2\sum_{i=1}^{3} y_i$

$= (x_1 + x_2)\sum_{i=1}^{3} y_i$ ។

លំហាត់ទី៣

ដោយគេឲ្យ

$$\begin{cases} x_1 = 3\,;\; x_2 = -4\,;\; x_3 = 5\,;\; x_4 = -1\,;\; x_5 = 8 \\ y_1 = 2\,;\; y_2 = 6\,;\; y_3 = -2\,;\; y_4 = -6\,;\; y_5 = 0 \end{cases}$$

ចូរគណនា ៖

(1) $\sum_{i=1}^{5} x_i$ និង $\sum_{j=1}^{5} y_j$; (2) $\sum_{i=1}^{5}(2x_i + 5)$

(3) $\left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right).\left(\sum_{j=1}^{5} y_j\right)$ និង $\left(\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5} x_iy_j\right)$

ចម្លើយ

(1) $\sum_{i=1}^{5} x_i$ = 3 -4 +5 -1 +8 = 11 ហើយ $\sum_{j=1}^{5} y_j$ = 2 + 6 -2 -6 +0 = 0

(2) $\sum_{i=1}^{5}(2x_i + 5)$ = (2.3 +5) + (2(-4)+5) + (2.5 +5) + (2(-1)+5) + (2.8)+5)

= 11 - 3 + 15 + 3 + 21 = 47

(3) $\left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right).\left(\sum_{j=1}^{5} y_j\right)$ = (11) . (0)

និង $\left(\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5} x_iy_j\right) = \sum_{i=1}^{5}\left[\sum_{j=1}^{5} x_iy_j\right] = \sum_{i=1}^{5} x_i\left[\sum_{j=1}^{5} y_j\right] = \left(\sum_{i=1}^{5} x_i\right).\left(\sum_{j=1}^{5} y_j\right)$

= (11) . (0) = 0 ។

ពីព្រោះ នៅក្នុង $\sum_{j=1}^{5} x_i y_j$ នោះ x_i មិនជាប់ទាក់ទងនឹង សន្ទស្សន៍ j នោះទេ ដូច្នេះ

យើង អាច បញ្ចេញ x_i នោះមកក្រៅ $\sum_{j=1}^{5} x_i y_j$ បាន ។

ឬ ចម្លើយ ទី២ (បើ មិនយល់ ចម្លើយខាងលើ) ៖

$(\sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{5} x_i y_j) = \sum_{i=1}^{5} [\sum_{j=1}^{5} x_i y_j]$

$= \sum_{i=1}^{5} [x_i y_1 + x_i y_2 + x_i y_3 + x_i y_4 + x_i y_5]$

$= \sum_{i=1}^{5} [\, x_i 2 + x_i 6 - x_i 2 - x_i 6 + x_i 0 \,]$

$= \sum_{i=1}^{5} x_i\, 0 = \sum_{i=1}^{5} 0 = 0$ ។

លំហាត់ទី៤

អង្គការ ទទួលបន្ទុកខាងរៀបចំការងារនៃសហគ្រាសមួយ បានធ្វើការសង្កេតនូវ គ្រឿងផលលិត ដោយ កម្មករ 100 នាក់ ក្នុងរយពេលតែមួយ ។

ចំនួនគ្រឿង ដែលកម្មករនីមួយៗបានផលលិត គេដាក់ក្នុង តារាងខាងក្រោមនេះ ៖

(ដោយកម្មករ មាន 100 នាក់ ដូច្នេះ ចំនួនគ្រឿងដែល កម្មករម្នាក់ៗធ្វើបាន អាចខុសគ្នា ឬ ត្រូវគ្នា ដូច្នេះ ក្នុងតារាងនេះ ក៏មាន 100 តម្លៃដែរ) ៖

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	87	80	107	91	83	70	91	93	80	95
2	71	86	98	104	107	89	109	126	102	83
3	88	107	85	115	103	89	74	70	86	92

4	97	118	102	122	97	98	91	108	101	85
5	100	80	93	90	90	79	93	102	107	107
6	83	105	59	87	92	107	89	90	72	100
7	118	91	115	88	70	87	99	105	99	103
8	95	98	88	90	89	73	92	94	82	80
9	84	113	84	91	113	113	108	75	76	85
10	115	103	88	99	92	93	71	89	112	119

a/ រៀប តម្លៃ ទាំង 100 នៃតារាងនេះ ទៅតាម តម្លៃ មិនចុះ (គឺ ឡើង ឬ ស្មើ)

b/ ទាញយក អេហ្វេចទីហ្វ នៃ ថ្នាក់ (ម៉ូដាលីតេ) នីមួយៗ ៖

តិចជាង 70 ; ពី 70 ទៅ 74 ; ពី 75 ទៅ 79 ; ពី 80 ទៅ 84 ; ....

c/ គូតារាងស្ថិតិ នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនេះ ។

ចម្លើយ

a/ ក្នុងការតម្រៀប យើងអាចធ្វើតាមរបៀបរៀងៗខ្លួន ។ នៅទីនេះដោយចំនួនមានច្រើន ជាដំបូងខ្ញុំ ប្រមូលជា ក្រុមៗ ដូចជា ក្រុម ពី១ ទៅ១០ បន្ទាប់មក ក្រុមពី១១ ទៅ២០ ជារហូតដល់ក្រុម ពី ១០០ ឡើងទៅ ។ដល់បន្ទាប់មក បានតាមក្រុមនីមួយៗ ខ្ញុំតម្រៀបពី ចំនួនតូច ទៅ ចំនួនធំ ។ ខ្ញុំបានតារាងដូចខាងក្រោមនេះ ។

1/ តារាងទី១ បែកជាក្រុមៗ ៖

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5	59									
6										
7	70	71	74	70	79	72	70	73	75	76
	71									
8	87	80	83	80	86	89	83	88	85	89
	86	85	80	83	87	89	88	87	88	89
	82	80	84	84	85	88	89			
9	91	91	93	95	98	92	97	97	98	91
	93	90	90	93	92	90	91	99	99	95
	98	90	92	94	91	99	92	93		
10	107	104	107	109	102	107	103	102	108	101
	100	102	107	107	105	107	100	105	103	108
	103									
11	126	115	118	122	118	115	113	113	113	115
	112	119								

2/ តារាងទី២ បានដោយតម្រៀបតារាងទី១តាមក្រុមៗ៖

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5	59									
6										
7	70	70	70	71	71	72	73	74	75	76
	79									
8	80	80	80	80	82	83	83	83	84	84
	85	85	85	86	86	87	87	87	88	88
	88	88	89	89	89	89	89			
9	90	90	90	90	91	91	91	91	91	92
	92	92	92	93	93	93	93	94	95	95
	97	97	98	98	98	99	99	99		
10	100	100	101	102	102	102	103	103	103	104
	105	105	107	107	107	107	107	107	108	108
	109									
11	112	113	113	113	115	115	115	118	118	119

	122	126								

សង្កេត

តារាងទី១ និងទី២ ខាងលើនេះខ្ញុំដាក់ សម្រាប់តែពន្យល់នូវរបៀបដែលខ្ញុំធ្វើតែប៉ុណ្ណោះ ។ ចំពោះ ចម្លើយនៃ សំនួរ គ្រាន់តែឲ្យ តារាង ដូចខាងក្រោមនេះ ។

ដោយ តារាងទី២នេះ យើងបានតម្លៃ ទាំង 100 តម្រៀម ពីតម្លៃ តូច ទៅ ធំ ៖

*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
59	70	70	70	71	71	72	73	74	75
76	79	80	80	80	80	82	83	83	83
84	84	85	85	85	86	86	87	87	87
88	88	88	88	89	89	89	89	89	90
90	90	90	91	91	91	91	91	92	92
92	92	93	93	93	93	94	95	95	97
97	98	98	98	99	99	99	100	100	101
102	102	102	103	103	103	104	105	105	107
107	107	107	107	107	108	108	109	112	113
113	113	115	115	115	118	118	119	122	126

b/ ទាញយក អេហ្វេចទីហ្វ នៃ ថ្នាក់ (ម៉ូដាលីតេ) នីមួយៗ ៖

តិចជាង 70 ពី 70 ទៅ 74 ពី 75 ទៅ 79 និង បេះតែតៗ ទៅ ។

ដោយ តម្លៃតូចជាងគេនៃថ្នាក់ គឺ 70 ហើយតម្លៃធំជាងគេ នៅក្នុងតារាងគឺ 126 ហើយ វិសាលភាព នៃថ្នាក់ គឺ 5 (ពីព្រោះ ពី 70 ទៅ 74) ដូច្នេះ ចំនួនថ្នាក់ទាំងអស់មាន $\frac{126-70}{5}$ = 11 ប្រហែល 13 ដោយ បន្ថែម ថ្នាក់ ពីរ ខាងចុង និងខាងដើម ។ ដោយប្រើតារាង តម្រៀប ខាងលើ យើង អាចបំពេញ តារាង ឪសទ្រីប៊ុយស្យុង ៖

ថ្នាក់	អេហ្វេចទីហ្វ		ថ្នាក់	អេហ្វេចទីហ្វ
តិចជាង 70	1		ពី 95 ទៅ 99	10
ពី 70 ទៅ 74	8		ពី 100 ទៅ 104	10
ពី 75 ទៅ 79	3		ពី 105 ទៅ 109	11
ពី 80 ទៅ 84	10		ពី 110 ទៅ 114	4
ពី 85 ទៅ 89	17		ពី 115 ទៅ 119	6
ពី 90 ទៅ 94	18		ពី 120 ទៅ 124	1
			ពី 125 ទៅ 129	1
បូករួម	57		បូករួម	43
	បូករួម ទាំងអស់ = 100			

c/ តារាងស្ថិតិ នៃ ឪសទ្រីប៊ុយស្យុងនេះ

អថេរ X..	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	
អេហ្វេចទីហ្វ	1	8	3	10	17	18	10	10	11	4	6	1	1	បូករួម 100

លំហាត់ទី៥

ចំពោះ ការអង្កេតទៅផ្ទះដែលទើបនឹងសង់ថ្មី នៅក្នុងភូមិដែលមានប្រជាជន ពី 20.000 នាក់ឡើងទៅ គេបានដកស្រង់ក្នុងបណ្ដាល ព័ត៌មានឯទៀតៗ នូវចំនួនបន្ទប់ធំៗ (ដោយ មិនរាប់ ផ្ទះបាយបន្ទប់ទឹក ...) និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ (មានទាំង ផ្ទះបាយបន្ទប់ទឹក ...) ជា m^2 ។

នេះជា ព័ត៌មាន នៃ 80 ផ្ទះ ដោយឲ្យលេខ ពី 1 ទៅ 80 ហើយតាងដោយ *P* ចំនួនបន្ទប់ និង *S* ផ្ទៃក្រឡាជា m^2 ។

N°	P	S	N°	P	S	N°	P	S	N°	P	S
1	5	73	21	3	78	41	5	72	61	4	47
2	4	75	22	4	69	42	3	68	62	3	63
3	3	66	23	4	73	43	5	89	63	5	84
4	4	51	24	6	94	44	5	71	64	3	34
5	3	58	25	10	163	45	5	78	65	4	68
6	4	62	26	3	58	46	6	117	66	4	71
7	3	93	27	4	62	47	5	62	67	3	59

8	5	110	28	5	121	48	1	24	68	6	90
9	4	84	29	4	79	49	4	76	69	4	65
10	4	64	30	4	98	50	4	60	70	4	67
11	4	61	31	2	46	51	4	66	71	4	71
12	4	68	32	3	70	52	3	59	72	4	66
13	5	66	33	3	51	53	4	76	73	4	72
14	5	92	34	6	78	54	5	95	74	5	94
15	5	91	35	4	66	55	3	77	75	6	104
16	5	80	36	3	47	56	4	138	76	5	88
17	5	84	37	4	63	57	4	67	77	9	133
18	4	91	38	5	161	58	2	55	78	7	92
19	3	83	39	3	62	59	5	79	79	2	32
20	4	87	40	6	80	60	4	82	80	7	112

1/ គូរ តារាងស្ថិតិពីរ (tableau statistique double) ទៅតាមចំនួនបន្ទប់ (ម៉ូដាលីតេ ៖ 1 , 2, 3, 4, 5, 6 និងលើស) និងផ្ទៃក្រឡាជា m^2 (ម៉ូដាលីតេ ៖ តិចជា 20m^2 ពី 20 ទៅ 30 ពី 30 ទៅ 40 ពី 40 ទៅ 50 ……. ពី 90 ទៅ 100 ពី 100 ឡើងទៅ) ។

2/ គូរតារាងស្ថិតិ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម (distribution marginale) នៃផ្ទះទៅតាម ចំនួន បន្ទប់។

3/ គូរតារាងស្ថិតិ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម (distribution marginale) នៃផ្ទះទៅតាម

ផ្ទៃក្រឡា ។

<u>ចម្លើយ</u>

*

Y(m^2) X	តូចជាង 20	ពី 20 < 30	ពី 30 < 40	ពី 40 < 50	ពី 50 < 60	ពី 60 < 70	ពី 70 < 80	ពី 80 < 90	ពី 90 < 100	≥ 100	ចំនួនផ្ទះទៅតាមបន្ទប់
1		1									1
2			1	1	1						3
3			1	1	5	4	3	1	1		16
4				1	1	15	8	3	2	1	31
5						1	5	5	4	3	18
6						1	1	1	2	2	7
>6									1	3	4
បូករួម	0	1	2	3	7	21	17	10	10	9	80

2/ គូរតារាងស្ថិតិ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម (distribution marginale) នៃផ្ទះទៅតាមចំនួន បន្ទប់។

*

ចំនួនបន្ទប់	1	2	3	4	5	6	> 6	
អេហ្វិចទីហ្វ	1	3	16	31	18	7	4	បូករួម : 80

3/ គូរតារាងស្ថិតិ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម (distribution marginale) នៃផ្ទះទៅតាមផ្ទៃក្រឡា ។

ផ្ទៃក្រឡា (m^2)	តូចជាង 20	ពី20 < 30	ពី 30< 40	ពី 40< 50	ពី 50< 60	ពី 60< 70	ពី 70< 80	ពី 80< 90	ពី 90< 100	ពី ≥ 100	
អេហ្វិចទីហ្វ	0	1	2	3	7	21	17	10	10	9	បូករួម 80

ពន្យល់

ដើម្បីបាន តារាងនៃ ចម្លើយទី ១ យើងអាចធ្វើដូចលំហាត់ទី២ គឺថា ចែក 80 ផ្ទះជា ក្រុមៗ គឺ ក្រុម មាន 1 បន្ទប់ (X1) ; ក្រុម មាន 2 បន្ទប់ (X2) ;ក្រុម មាន 3 បន្ទប់ (X3) ;ក្រុម មាន 4 បន្ទប់ (X4) ;ក្រុម មាន 5 បន្ទប់ (X5) ;ក្រុម មាន 6 បន្ទប់ (X6) ;ក្រុម មាន លើសពី 6 បន្ទប់ (X7) ។ នៅក្នុងក្រុមនីមួយៗ មានផ្ទះដែលមាន ផ្ទៃក្រឡា ជា មែត្រការេ ខុសគ្នា ឬ ដូចគ្នា ។ បន្ទាប់មក យើងអាច តម្រៀបនៅក្នុងក្រុមនីមួយៗនោះ ទៅតាមក្រឡាផ្ទៃពី តូច ទៅ ធំ ។ ដោយធ្វើរបៀបនេះ យើងអាចចែក 80ផ្ទះដដែលនោះ ជាក្រុមទី២ ទៅតាមផ្ទៃក្រឡា ពី 20m^2 ឡើងទៅ ដល់ផ្ទះដែលមានផ្ទៃក្រឡា ជាង 100 m^2 ។ ហើយយើងក៏បាន TAB-2 ។

ដោយចែកជា ក្រុមៗ តាមចំនួន បន្ទប់ ខ្ញុំបាន TAB-1 ៖

1	24
2	46, 55, 32
3	66, 58, 93 ,83, 78, 58, 70, 51, 47, 62, 68, 59, 77, 63, 34, 59
4	75, 51, 62, 84, 64, 61, 68, 91, 87,69, 73, 62, 79, 98, 66, 63, 76, 60, 66, 76, 138, 67, 82, 47, 68, 71, 65, 67, 71, 66, 72
5	73, 110, 66, 92, 91, 80, 80, 121, 161,72, 89, 71, 78, 95, 79, 84, 94, 88
6	94, 78, 80, 117, 62, 90, 104
> 6	163, 133, 92, 112

បន្ទាប់មក ខ្ញុំ តម្រៀប ពី ផ្នែក្រឡាតូច ទៅ ផ្នែធំ នៅក្នុងថ្នាក់ នីមួយៗ នៃតារាងខាងលើនេះ ខ្ញុំបាន៖ TAB-2

1	24
2	32, 46, 55
3	34, 47, 51, 58, 58, 59, 59, 62, 63, 66, 68, 70, 77, 78, 83, 93
4	47, 51, 60, 61, 62, 62, 63, 64, 65, 66, 66, 66, 67, 67, 68, 68, 69 71, 71, 72, 73, 75, 76, 76, 79, 82, 84, 87, 91, 98, 138
5	66, 71, 72, 73, 78, 79,80, 84, 84, 88, ,89, 91,92, 94, 95, 110, 121, 161
6	62, 78, 80, 90, 94, 104, 117
> 6	92, 112, 133, 163

ដោយ ប្រើ TAB-2 យើងអាចបំពេញ តារាង នៃ សំនួរ ទី១ៗ

ម្យ៉ាងទៀត ខ្ញុំប្រើ របៀបបំពេញ TAB-1 និង TAB-2 នេះ មកពីចំនួនដែលត្រូវតម្រៀប មានច្រើន ដល់ទៅ 80 ។ បើសិនជាចំនួនតិចតួចទេនោះ យើងអាចតម្រៀបយកតែម្តង។ ហើយដោយសម័យនេះគេ ប្រើ computer នោះបើយើងចេះសរសេរ កម្មវិធីវាវិញ នោះវាគិតតែមួយ វិនាទី វាតម្រៀបបានទៅហើយ ទោះបីជាមានចំនួន ច្រើនដល់រាប់ ពាន់ ក៏ដោយ (មិនមែនតែ ត្រឹម 80 នេះទេ)។

==

*

លំហាត់ទី៦

នៅឱកាសសិក្សា អំពីម៉ោងធ្វើការនៃ បុគ្គលិក 150 នាក់នៃ សហគ្រាសនៅក្រុងបារីស (d'une entreprise parisienne) គេបានសុំឲ្យបុគ្គលិក ទាំង 150 នាក់នោះ បង្ហាញនូវពេលដែលចំណាយក្នុងមួយថ្ងៃ ក្នុងការធ្វើដំណើរ ។

ហើយគេបាន តារាង ដូចខាងក្រោមនេះ មាន ៖ ភេទ (F = ស្រី H = ប្រុស) និង ព = ពេលដែលចំណាយក្នុងមួយថ្ងៃ ក្នុងការធ្វើដំណើរ បង្ហាញជា នាទី (minutes)។

N°	ភេទ ព		N°	ភេទ ព		N°	ភេទ ព		N°	ភេទព		N°	ភេទ ព
1	F 75		31	F 135		61	F 135		91	F 150		121	F 160
2	H 35		32	H 30		62	F 70		92	H 80		122	H 120
3			33	F 70		63	F 130		93	F 90		123	F 120

4	F 105	34	H 40	64	H 90	94	F 120	124	F 90
5	F 105	35	F 100	65	F 90	95	F 120	125	H 130
6	F 120	36	F 135	66	F 100	96	F 100	126	F 120
7	F 25	37	H 40	67	H 90	97	H 80	127	F 60
8	F 90	38	F 70	68	F 120	98	H 135	128	H 135
9	F 90	39	H 60	69	F 45	99	F 40	129	F 120
10	F 120	40	F 90	70	F 150	100	F 135	130	F 160
11	F 120	41	F 135	71	H 90	101	H 60	131	H 80
12	F 30	42	F 65	72	F 45	102	F 105	132	F 60
13	F 35	43	H 75	73	F 130	103	H 60	133	H 140
14	F 150	44	F 50	74	H 100	104	F 60	134	F 120
15	H 30	45	H 100	75	F 90	105	F 125	135	F 90
16	F 90	46	F 120	76	F 110	106	H 45	136	F 160
17	H 50	47	F 120	77	H 45	107	H 95	137	F 90
18	F 105	48	F 75	78	F 60	108	F 90	138	H 135
19	F 150	49	H 60	79	H 90	109	H 100	139	F120
20	F 75	50	F 120	80	F 100	110	F 180	140	F 100
21	H 75	51	H 20	81	H 90	111	H 120	141	H 120
22	H 160	52	F 60	82	F 105	112	H 15	142	F 100
23		53	H 75	83	H 90	113	F 50	143	F 135

24	F 75		54	F 120		84	F 60		114	H 75		144	H 120
25	H 75		55	H 100		85	F 120		115	H 120		145	F 120
26	F 150		56	F 75		86	H 70		116	F 110		146	F 80
27	F 150		57	H 120		87	F 105		117	H 70		147	F 140
28	H 45		58	F 120		88	H 120		118	H 60		148	H 150
29	H 105		59	F 120		89	H 55		119	H 150		149	H 120
30	F 75		60	F 120		90	H 120		120	H 120		150	H 150
	H 100												
	H 105												

1/ បំបែក ពេលដែលចំណាយ ក្នុងការធ្វើដំណើរ នៅក្នុងតារាងនេះ ទៅតាម ភេទប្រុស និង ភេទស្រី ។ ចូរសង្កេតថា ពេលនៅក្នុងតារាងនេះ គេឲ្យពេល ជា នាទី (mn) ហើយ សុទ្ធតែ ពហុគុណនៃចំនួន 5 (les durées sont exprimées en multiples de 5 minutes) គឺ ថាជាចំនួនចែកនឹង5 ដាច់ ។

2/ គូរតារាង ដែលសង្ខេប នូវ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិពីរ ដោយ ចរិតទី១គឺភេទ ហើយ ចរិតទី២ គឺពេលចំណាយក្នុងការធ្វើដំណើរ ដែលចែកជា ម៉ូដាលីតេ ឬ ថ្នាក់ ដែលមាន ផ្ចិត កំណត់ជាម៉ោង គឺ $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, ..., 2 , $2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$, និង លើសពី $2\frac{1}{2}$ ...... និង វិសាលភាព នៃថ្នាក់ទាំងនោះ គឺ 10mn (10 នាទី) ។

3/ គូតារាងសង្ខេបនៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម (distribution marginale) នៃ 150 បុគ្គលិក ទៅតាម ពេលដែលចំណាយរបស់ម្នាក់ៗ ក្នុងការធ្វើដំណើរ។

4/គូតារាងសង្ខេបនៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងមានល័ក្ខខ័ណ្ឌ (distribution conditionnelle) នៃ ភេទស្រី ទៅតាម ពេលដែលចំណាយ ក្នុងការធ្វើដំណើរ។

<u>ចម្លើយ</u>

-ដើម្បី បែកតារាងខាងលើ ជាពីរផ្នែក គឺ ផ្នែកភេទ ស្រី និងផ្នែកភេទប្រុស នោះយើងអាច ចម្លង (copier) តារាងខាងលើ យកមកដាក់ខាងក្រោមនេះ (coller) ហើយបន្ទាប់ ពី លុប ភេទ ប្រុសចេញ ពី តារាងដែលចម្លងនោះ យើងបាន ៖

TAB-F

N°	ភេទ ព		N°	ភេទ ព		N°	ភេទ ព		N°	ភេទព		N°	ភេទ ព
1	F 75			F 135			F 135			F 150			F 160
2	F 105			F 70			F 70			F 90			F 120
3	F 105			F 100			F 130			F 120			F 90
4	F 120			F 135			F 90			F 120			F 120
5	F 25			F 70			F 100			F 100			F 60
6	F 90			F 90			F 120			F 40			F 120
7	F 90			F 135			F 45			F 135			F 160
8	F 120			F 65			F 150			F 105			F 60
9	F 120			F 50			F 45			F 60			F 120

10	F 30			F 120			F 130			F 125			F 90
1	F 35			F 120			F 90			F 90			F 160
2	F 150			F 75			F 110			F 180			F 90
3	F 90			F 120			F 60			F 50			F120
4	F 105			F 60			F 100			F 110			F 100
5	F 150			F 120			F 105						F 100
6	F 75			F 75			F 60						F 135
7	F 75			F 120			F 120						F 120
8	F 150			F 120			F 105						F 80
9	F 150			F 120									F 140
10	F 75												

ហើយ យើងឃើញ នៅក្នុងតារាងនេះ បុគ្គលិក ភេទស្រី ទាំងអស់មាន 90 នាក់ ។

-ដោយធ្វើ របៀបដូចគ្នា ចំពោះ បុគ្គលិកភេទ ប្រុស នោះ យើងបានតារាងខាងក្រោម នេះ ដែលមាន ចំនួន បុគ្គលិក ភេទប្រុស ទាំងអស់60 នាក់ ៖

TAB-H

N°	ភេទ ព		N°	ភេទ ព		N°	ភេទ ព		N°	ភេទព		N°	ភេទ ព
1	H 35			H 30			H 90			H 80			H 120
2	H 30			H 40			H 90			H 80			H 130
3	H 50			H 40			H 90			H 135			H 135

4	H 75			H 60			H 100			H 60			H 80
5	H 160			H 75			H 45			H 60			H 140
6	H 75			H 100			H 90			H 45			H 135
7	H 45			H 60			H 90			H 95			H 120
8	H 105			H 20			H 90			H 100			H 120
9	H 100			H 75			H 70			H 120			H 150
10	H 105			H 100			H 120			H 15			H 120
11				H 120			H 55			H 75			H 150
12							H 120			H 120			
13										H 70			
14										H 60			
15										H 150			
16										H 120			

2/ តួរតារាង ដែលសង្ខេប នូវ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិពីរ ដោយ ចរិត គឺភេទ និង ពេលចំណាយក្នុងការធ្វើដំណើរ

ដោយស្រង់ ព័តមាន នៅក្នុងតារាង TAB-F និង TAB-H យើងបាន

តារាង ខាងក្រោមនេះ ៖

*

ពេល	ភេទ			ពេល	ភេទ			ពេល	ភេទ	
	H	F			H	F			H	F
10				70	2	3		130	1	2
15	1			75	5	6		135	3	6
20	1			80	3	1		140	1	1
25		1		85				145		
30	2	1		90	6	12		150	3	6
35	1	1		95	1			155		
40	2	1		100	5	6		160	1	3
45	3	2		105	2	6		165		
50	1	1		110		2		170		
55	1			115				175		
60	5	6		120	10	20		180		1
65		1		125		1		185		

3/ តួតារាងសង្ខេបនៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម (distribution marginale) នៃ 150 បុគ្គលិក ទៅតាមពេលដែលចំណាយ ។ យើងតាងដោយ ៖

X អថេរ នៃថ្នាក់ ភេទ ; Y អថេរនៃថ្នាក់ ពេល ; $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1\frac{1}{4}$, ..., ជាផ្ចិតនៃថ្នាក់ៗ

Y \ X	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	2	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	3	បូករួម
H	2	3	6	6	10	7	7	10	5	3	1	0	60
F	0	3	4	7	10	12	14	21	9	6	3	1	90
ចំនួនបូករួម	2	6	10	13	20	19	21	31	14	9	4	1	150

4/ គូតារាងសង្ខេបនៃ ឪសទ្រីប៉ុយស្យុងមានល័ក្ខខ័ណ្ឌ (distribution conditionnelle) នៃភេទស្រី ទៅតាម ពេលដែលចំណាយ ក្នុងការធ្វើដំណើរ។

X អថេរ នៃថ្នាក់ ភេទ ; Y អថេរនៃថ្នាក់ ពេល ; $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1\frac{1}{4}$, ..., ជាផ្ចិតនៃថ្នាក់។

	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	2	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	3	
ភេទស្រី	0	3	4	7	10	12	14	21	9	6	3	1	បូករួម 90

================== ចប់ជំពូក ទី ២ ================================

*

*

*

*

*

*

*

*

ជំពូកទី៣

តំណាងជាក្រាប នៃឌីសទ្រីប៉ុយស្យុងស្ថិតិ

(Représentations graphiques des distributions statistiques).

ការតាង ឌីសទ្រីប៉ុយស្យុងស្ថិតិដោយតារាង នៅជំពូកទី២ បានសង្ខេមដោយល្អឥត ខ្ចះនូវ ឌីសទ្រីប៉ុយស្យុងនោះ ។
តែក៏អាចមានអត្ថប្រយោជន៍ដែរ បើគេបំពេញតារាងនោះ ដោយក្រាប ។
ថ្វីបើមិនត្រឹមត្រូវ ដូចតារាងក៏ដោយ ក្រាបអាចឲ្យដឹងនូវ ភិនភាគ នៃ អនុបាតរវាង ពីរចំនួនអេហ្វេចទីហ្វ តែចំពោះតារាងវិញ ដើម្បីបានអនុបាតនៃ ពីរអេហ្វេចទីហ្វនេះ យើង ត្រូវ គណនានូវ អេហ្វេចទីហ្វនីមួយៗជាមុនសិន។ ម្យ៉ាងទៀតដោយប្រើក្រាប គេ អាចមើលឃើញនូវ ចំណុចសំខាន់ៗនៃឌីសទ្រីប៉ុយស្យុងទាំងឡាយ ដូច្នេះយើងងាយធ្វើ ការប្រៀបធៀប ។ ហេតុនេះហើយ បានជាក្នុងការបោះពុម្ពផ្សាយ នៅក្នុង ទស្សនាវដ្ដី ឬ កាសែត ជាព័តមាន គេចូលចិត្តប្រើ ក្រាប ជាង តារាង ។

នៅជំពូកនេះ យើងចង់ពិនិត្យ នូវក្រាបផ្សេងៗ ដែលផ្តូនឹង តារាងស្ថិតិ ដោយធ្វើការវែកញែក ដូចជំពូកមុនដែរ អំពីឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងមួយចរិត ពី ឌីទ្រីប៊ុយស្យុងពីរចរិតឬ ច្រើនជាង។ ហើយម្យ៉ាងទៀត ការវែកញែក ចរិតគុណភាព (les caractères qualitatifs) ពី ចរិតបរិមាណ (des caractères quantitatifs) ដែលជាអថេរស្ថិតិ (variables statistiques)។

ត្រូវរំឭកថា ដើម្បីប្រើការបាន ក្រាប មិនត្រឹមតែមាន គំនូ ឬ ខ្សែកោង តែប៉ុណ្ណោះទេ តែ នៅលើ អ័ក្សត្រូវមាន ៖

- ឈ្មោះ អថេរ នៃអ័ក្សនោះ
- ឯកតា ដែល អថេរប្រើ
- ការចែក កម្រិត នៅលើ អ័ក្សនោះ ជាតម្លៃ គត់ ៗ (graduation en valeurs « rondes »)។

ជាចុងក្រោយ មិនត្រូវដាក់លើក្រាបនោះ នូវការរំឭកច្រើនបន្ទាត់ពេកទេ ។ ប្រើ ក្រដាស់មាន ក្រឡាចត្រង្គ កន្ទះសង់ទីម៉ែត្រ គ្រប់គ្រាន់ហើយ ចំពោះស្ថិតិ ។

<u>ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ធម្មតា</u>

<u>(Distributations statistiques simples).</u>

III-1. *ករណី ចរិតគុណភាព* (Cas d'un caractère qualitatif).

គោលការណ៍ *នៃការតាងគឺដូចតទៅនេះ ៖ អេហ្វេចទីហ្វ (ហ្វ្រេកង់) តាងដោយ ក្រឡា*

ផ្ទៃដែលសមាមាត្រ (les effectifs ou fréquences sont représentés par des aires qui leur sont proportionnelles) ។ ទៅតាម ក្រឡាផ្ទៃនោះជា ក្រឡាផ្ទៃបួនជ្រុងទ្រវែង ឬ ជាផ្ទៃនៅចន្លោះកាំ នៃរង្វង់មូល គេបាន ដ្យាក្រាមជាបន្ទះ (diagramme à bande) ឬ ដ្យាក្រាមជាចន្លោះកាំ (diagramme à secteur) ។

ឧទាហរណ៍

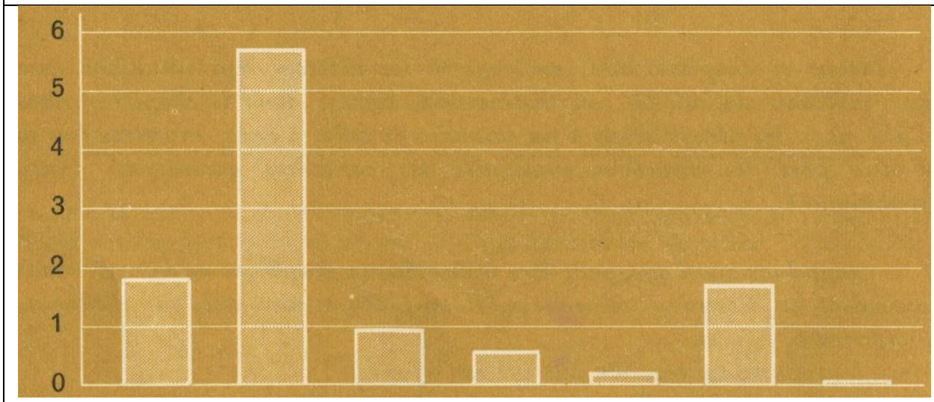
គឺការតាង ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ទៅតាមគ្រឹះស្ថានសិក្សា នៃសិស្សបឋមភូមិ និង ទុតិយភូមិ នៅប្រទេសបារាំង (មើល ជំពូកទី២ § 1) ៖

*

តារាងខាងឆ្វេងនេះ នៅឆ្នាំ 1965 គេបែកកូនសិស្ស (ឯកតាស្ថិតិ)ទៅតាម សាលា មតី មបឋមសិក្សា អនុវិទ្យាល័យទូទៅ អនុវិទ្យាល័យបច្ចេកទេស វិទ្យាល័យ និង សាលាគរុកោសល ។ (ចំនួនសិស្ស ត្រូវគុណនឹង 1.000)	អគារសិក្សា ទៅតាម ភូមិ	ចំនួនសិស្ស
	សាលាមតី........................	1 778
	សាលា បឋមសិក្សា.............	5 661
	អនុវិទ្យាល័យ ទូទៅ (collège général)........................	1141
	អនុវិទ្យាល័យបច្ចេកទេស....	507
	វិទ្យាល័យ........................	1 716
	សាលាគរុកោសល..............	36
	បូករួម	10 839

*អរដោនេ ជា អេហ្វេចទីហ្វ គិតជា លាន (1.000.0000) Fig : 1

Fig-1 : ដ្យាក្រាម បន្ទះ *(diagramme à bande)*

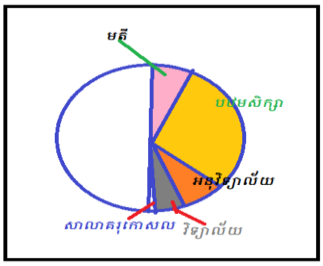


A B C D E F G

A : ថ្នាក់មតី + ឆ្នាំទី១ // B : បឋមសិក្សាពីឆ្នាំទី២ទៅ // C: អនុវិទ្យាល័យទូទៅ

D ខាងបច្ចេកទេស E ផ្សេងទៀត // F : វិទ្យាល័យ // G : គរុកោសល ។

ដ្យាក្រាម ចន្ទោះកាំ *(diagrammes à secteurs)* Fig-2 , Fig-3



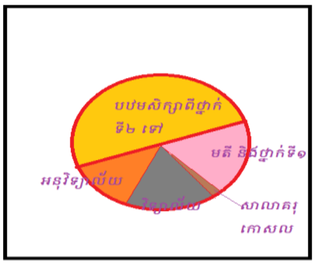


Fig-2 Fig-3

*

<u>សង្កេត</u>

ក្នុងការគូរដ្យាក្រាមជាបន្ទះ (diagramme à bande) យើងអាចប្រដូច ឱសទ្រីប៉ុយស្យុង ទៅនឹង អនុគមន៍ (fonctions) ពីព្រោះ វាមាន អថេរ ពីរ (X , Y) ហើយ អ័ក្ស អរដោនេ គឺ សម្រាប់ បង្ហាញចំនួន ប្រជាជន គឺ អេហ្វេចទីហ្វ ។ ដោយប្រជាជន មានចំនួនច្រើន ដូច នៅទីនេះ ចំនួន កូនសិស្ស មានរហូតដល់ រាប់លាននាក់ នោះយើងអាចយក មួយឯកតា នៃ អរដោនេ គឺ ស្មើនឹង 1 លាននាក់ ។

ចំពោះ ដ្យាក្រាមជាចន្ទោះកាំ (diagramme à bande)វិញ គេយកមុំនៅផ្ចិត នៃចន្ទោះកាំ (angles au centre des secteurs) ឲ្យ សមាមាត្រ (proportionnels) ទៅនឹង អេហ្វេចទីហ្វនៃ កូនសិស្ស ។ ដូចជា ៖

ចំពោះ Fig-2 : $180° \times \frac{1778}{10839} \cong 59°$ (1.778 សិស្សមតី ; 10.838 ចំនួនសិស្សទាំងអស់)

ចំពោះ Fig-3 : $59 \times 2 = 118°$ (2 មកពីយើងយក រង្វង់ទាំងមូល គឺ 360 °) ។

ដ្យាក្រាមជាចន្ទោះនេះ តម្រូវ នឹង ហ្វ្រេកង់ (ដូចជា កាលណាគេដឹងចំនួនជា ភាគរយ) ហើយ ពាក់កណ្ដាលរង្វង់ ឬ រង្វង់ទាំងមូល គឺ តំណាង 100% ។

III-2. ករណី អថេរដាច់ (Cas d'une variable discrète).

1.ដ្យាក្រាម ជាដំបង (diagramme en bâtons)

ការតាងក្រាប (représentation graphique) នៃ អេហ្វេចទីហ្វ (ឬ ហ្វ្រេកង់)នៃ ឱសទ្រីប៉ុយ ស្យុងស្ថិតិ ដែលមានអថេរ ដាច់ គឺបានដោយរបៀបដូចតទៅនេះ ៖

-នៅលើ អ័ក្សអាប់ស៊ីស គេដៅ តម្លៃមួយៗ នៃ អថេរ

-នៅលើ អ័ក្ស អរដោនេ គេ ចែកជាកម្រិត មានប្រវែងស្មើគ្នា ដើម្បីតាងនូវចំនួន អេហ្វេចទីហ្វ (ឬ ហ្វេកង់)

- ពីចំណុច នីមួយៗនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ដែលជា តម្លៃអថេរ គេគូរ ដំបង (un bâton) មួយស្របទៅនឹងអ័ក្សអរដោនេ ដោយមានប្រវែងស្មើនឹង អេហ្វេចទីហ្វ (ឬ ហ្វេកង់) នៃ អថេរនោះ ។

ឧទាហរណ៍

ដ្យាក្រាមជា ដំបង នៃ ឪសទ្រើប៊ុយស្យុង នៃ 1000 ឡូ នៃគ្រឿងម៉ាស៊ីន ទៅតាមចំនួនគ្រឿង ដែលខូច ក្នុងឡូ នីមួយៗ ៖

*

x :ចំនួន គ្រឿង ខូច ក្នុង 1 ឡូ	0	1	2	3	4	5	6	≥ 7	
n_x : អេហ្វេចទីហ្វ គឺ ចំនួនឡូ ដែល មាន x គ្រឿងខូច	300	365	214	83	23	0	15	0	បូករួម 1.000

អ័ក្ស អរដោនេ ៖ n_x អេហកវិចទីហ្វ នៃ ថ្នាក់ ដែលមាន មាន x គ្រឿងខូច ។

ឧបមា $n_0 = 360$ នោះ បានន័យថា ចំពោះ ថ្នាក់ ដែលគ្មានឡូខូច នោះ មានចំនួនទាំង អស់ 360 ។

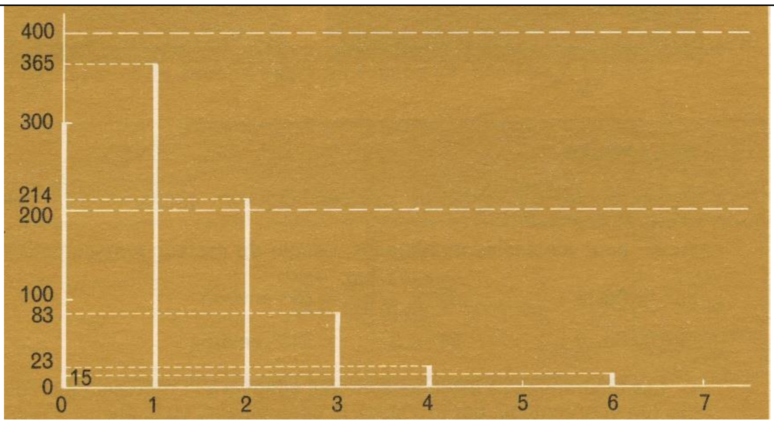


Fig-4

អាប់ស៊ីស ៖ x គឺថ្នាក់ ដែលនៅក្នុងនោះមាន x គ្រឿង ខូច ។ ហើយថ្នាក់បែបនេះ មានចំនួនទាំងអស់ n_x ។

ចំពោះ $x = 0$ ឡូដែល (គ្មានខូចក្នុងនោះ) មាន ខូច 0 មានចំនួនទាំងអស់ ៖ 300 ឡូ

ចំពោះ $x = 1$ ឡូដែលក្នុងនោះមាន ខូច 1 មានចំនួនទាំងអស់ ៖ 365 ឡូ

ចំពោះ $x = 2$ ឡូដែលក្នុងនោះមាន ខូច 2 មានចំនួនទាំងអស់ ៖ 214 ឡូ

ចំពោះ $x = 3$ ឡូដែលក្នុងនោះមាន ខូច 3 មានចំនួនទាំងអស់ ៖ 83 ឡូ

ចំពោះ $x = 4$ ឡូដែលក្នុងនោះមាន ខូច 4 មានចំនួនទាំងអស់ ៖ 23 ឡូ

ចំពោះ $x = 5$ ឡូដែលក្នុងនោះមាន ខូច 5 មានចំនួនទាំងអស់ ៖ 0 ឡូ

ចំពោះ $x = 6$ ឡូដែលក្នុងនោះមាន ខូច 6 មានចំនួនទាំងអស់ ៖ 15 ឡូ

ចំពោះ $x = 7$ ឡូដែលក្នុងនោះមាន ខូច 7 មានចំនួនទាំងអស់ ៖ 0 ឡូ

បូករួម ៖ 1000 ឡូ

សង្កេត

តទៅនេះ ជាការសង្កេតជាទូទៅ ចំពោះពាក្យដែលប្រើ ក្នុង ឧទាហរណ៍ស្ថិតិ ។

ដូចជាពាក្យ ៖ ឡូ គ្រឿងខូច អេហ្វិចទីហ្វ ថ្នាក់ ជាដើម។

ចំពោះ ពាក្យ ឡូ យើងអាច ឧបមា ចានដែល ចេញពីរោងចក្រផលិត ហើយដែលគេត្រួត ចានជាដុំៗ (ហៅថា ឡូ)ដូចជាចង្កឹះ មួយដុំៗ មានចាន 20 ជាដើម ។ ម្ចាស់រោង ចក្រនោះ គេចង់ដឹងថា តើ ឡូទាំងនោះមាន គុណភាពយ៉ាងណាដែរ ? នៅពេលនោះគេ ក៏យក 1000 ឡូ មកសង្កេតៗ ហើយបន្ទាប់ពីសង្កេត គេ បានលទ្ធផល ដូចតារាង លើ ។ គឺថា ក្នុងចំណោម 1000 ឡូនេះ មាន ឡូខ្លះល្អ គឺថានៅក្នុងឡូនោះ គ្មានចានបែកមួយទេ ដូច្នេះ ចំនួនចានបែក គឺ 0 (សូន្យ) ហើយក៏មានឡូ ដែលមាន ចាន បែក 1, 2, 3, 4, 5, 6 ។ តែ ឡូដែលមានចានបែក លើសពី 6 គឺគ្មានទេ ក្នុងចំណោម 1000 ឡូនោះ ។ តាមធម្មតា បន្ទាប់ពីបានលទ្ធផលនេះហើយ គេក៏ដាក់ជា ក្រុមៗ ដាច់ពី គ្នា ចំពោះ 1000 ឡូនោះ ។ គឺ ក្រុម ដែលគ្មានចានបែក ក្រុម ដែលមាន ចានបែក 1 ក្រុម ដែលមានចានបែក 2 ………… ក្រុម ដែលមានចានបែក 6 ។

បន្ទាប់មក គេរាប់នូវចំនួន ឡូ នៃក្រុមនីមួយៗ ។ ចំនួននោះ គេហៅថា អេហកវិចទីហ្វ នៃក្រុម ឬ ថ្នាក់ (ថ្នាក់ ដូចជា ថ្នាក់នៅសាលារៀន ហើយ អេហកវិចទីហ្វ គឺចំនួនសិស្សនៃ ថ្នាក់នោះ) ។

នៅស្ថិតិ (statistique) អេហ្វិចទីហ្វ ច្រើនតែ ជាចំនួន គត់ (ដូចជាចំនួនប្រជាជន នៃ ប្រទេសណាមួយជាដើម) ។ តែចំពោះថ្នាក់ វិញ អាចជា ចំនួនចំគត់ (ដូចជា ចំនួនចាន បែក ជាដើម) ឬ ក៏អាចជា មិនមែនចំនួនគត់ដែរ ដូចជា កំពស់ ឬ ទម្ងន់ នៃសិស្សជា ដើម។

ហេតុនេះហើយ ដើម្បីឲ្យរបៀបតាងថ្នាក់នេះ ជារបៀបទូទៅ នោះគេច្រើមតាងថ្នាក់ជាចន្លោះ (intervalle) ហើយដោយថ្នាក់ទាំងឡាយត្រូវតែ ដាច់ៗពីគ្នា នោះចន្លោះ ក៏ត្រូវដាច់ពីគ្នាដែរ គឺថា ចន្លោះដែលតាងថ្នាក់នោះ ត្រូវ បិទម្ខាង (fermé) និង បើកម្ខាង (ouvert) ។ បិទ ដើម្បី យកតម្លៃនៃថ្នាក់ ហើយបើក ដើម្បីដកចេញតម្លៃដែលមិនត្រូវនៅក្នុងថ្នាក់ ។

2. អនុគមន៍រេប៉ាទីស្យុង (Fonction de répartition)

ចំណោទ គឺ តាងដោយក្រាប ក្នុងករណី អថេរដាច់ នូវ អេហ្វេចទីហ្វ (ឬ ហ្វ្រេកង់) **បន្ថែម** (les effectifs ou fréquences cumulés) (មើល II-§6)

ឧទាហរណ៍

រូបខាងក្រោមនេះ (Fig-5) គឺ ក្រាប តាងនូវ អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម ដែលបានមក ដោយគណនាតាម ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង នៅក្នុងតារាងខាងលើ គឺ៖

x :ចំនួន គ្រឿងខូច ក្នុង 1 ឡូ	0	1	2	3	4	5	6	≥ 7	
n_x : អេហ្វេចទីហ្វ គឺ ចំនួនឡូ ដែលមាន x គ្រឿងខូច	300	365	214	83	23	0	15	0	បូករួម 1.000

ដើម្បី បាន អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម គេយក អេហ្វិចទីហ្វ នៃថ្នាក់នីមួយៗ (គឺ អេថរ x) មក បូកគ្នា ជាបន្ត រហូតដល់ ផលបូកទាំងអស់នេះ ស្មើនឹង អេហ្វិចទីហ្វទាំងមូលនៃប្រជាជន។

ចំពោះ តារាងខាងលើនេះ បើយើងសរសេរថ្នាក់នីមួយៗ ជាចន្លោះវិញ នោះយើងបាន ថ្នាក់ និង អេហ្វិចទីហ្វ ដូចតទៅ ៖

*

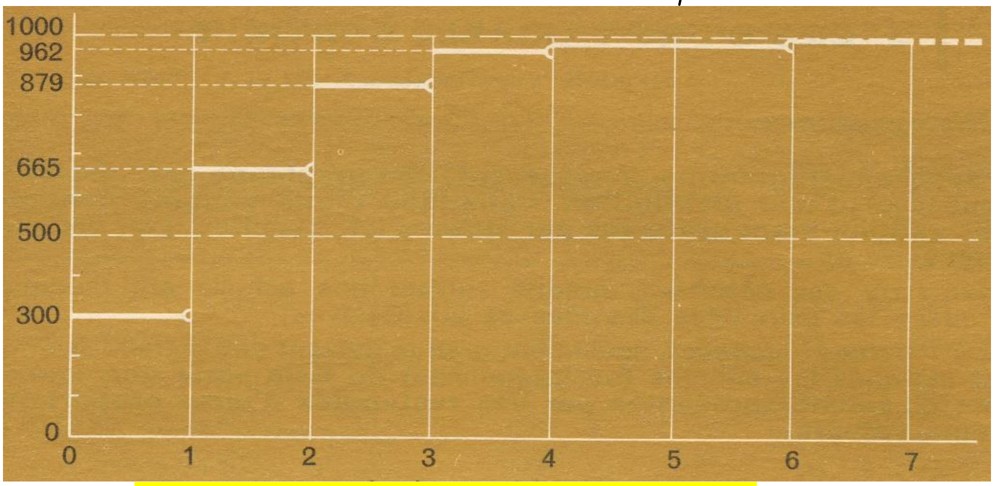
*

*

*

អេហ្វិចទីហ្វ នៃថ្នាក់នីមួយៗ	*អេហ្វិចទីហ្វ បន្ថែម*
x ∈[0 , 1[ជាថ្នាក់ មាន អេហ្វិចទីហ្វ 300	N(x) = 300
x ∈[1 , 2[ជាថ្នាក់ មាន អេហ្វិចទីហ្វ 365	N(x)= 365 + 300= 665
x ∈[2 , 3[ជាថ្នាក់ មានអេហ្វិចទីហ្វ 214	N(x) = 214 + 665= 879
x ∈ [3, 4[ជាថ្នាក់ មាន អេហ្វិចទីហ្វ 83	N(x) = 83 + 879 = 962
x ∈[4 , 5[ជាថ្នាក់ មាន អេហ្វិចទីហ្វ 23	N(x) = 23 + 962= 985
x ∈[5 , 6[ជាថ្នាក់ មាន អេហ្វិចទីហ្វ 0	N(x) = 0 + 985= 985
x ∈[6 , 7[ជាថ្នាក់មាន អេហ្វិចទីហ្វ 15	N(x) = 15 + 985= 1000
x ∈[7 , 8[ជាថ្នាក់ មាន អេហ្វិចទីហ្វ 0	N(x) = 0 + 1000 = 1000

N អនុគមន៍ $x \rightarrow N(x)$ ហៅថា **អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង** នៃឱសទ្រ៊ីប៊ុយស្យុង ។

អ័ក្សអរដោនេ ៖ អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម	Fig-5 ក្រាបនៃ អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង  អ័ក្ស អាប់ស៊ីស X ចំនួន គ្រឿងខូច ពី 0 ទៅ 7

អនុគមន៍ N ដែលតាងដោយ Fig-5 ហៅថា **អនុគមន៍រេប៉ាទីស្យុង** នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង។

ដូច្នេះ បើយើងមើល Fig-5 យើងឃើញ ៖

-N(0) គឺ ចំនួន ឡូ ដែលមានគ្រឿងខូច តិចជាង1 (គឺ អត់មានខូច) => N(0) = 300

-N(1) គឺ ចំនួន ឡូ ដែលមានគ្រឿងខូចតិចជាង 2 (ខូចយ៉ាងច្រើន១) =>

N(1) = 365 + 300 = 665 (បានន័យថា អត់មានខូច ឬ មានខូចត្រឹម 1)

-N(2) គឺ ចំនួនឡូដែលមានគ្រឿងខូចតិចជាង 3 (ខូចយ៉ាងច្រើន២) =>

N(2) = 214+665 = 879 (បានន័យថា អត់មានខូច ឬ មានខូច មិនលើស ២)

-N(3) គឺ ចំនួន ឡូ ដែលមានគ្រឿងខូច តិចជាង 4 (ខូចយ៉ាងច្រើន ៣) =>

N(3) = *83* + 879 = 962 (បានន័យថា អត់មានខូច ឬ មានខូច មិនលើស ៣)

-N(4) គឺ ចំនួន ឡូ ដែលមានគ្រឿងខូច តិចជាង 5 (ខូចយ៉ាងច្រើន ៤) =>

N(4) = 23+ 962 = 985 (បានន័យថា អត់មានខូច ឬ មានខូច មិនលើស ៤)

-N(5) គឺ ចំនួន ឡូ ដែលមានគ្រឿងខូច តិចជាង 6 (ខូចយ៉ាងច្រើន ៥) =>

N(5) = 0 + 985 = 985 (បានន័យថា អត់មានខូច ឬ មានខូច មិនលើស ៥)

-N(6) គឺ ចំនួន ឡូ ដែលមានគ្រឿងខូច តិចជាង 7 (ខូចយ៉ាងច្រើន៦) =>

N(6) = 15 + 985 = 1000 (បានន័យថា អត់មានខូច ឬ មានខូច មិនលើស ៦)

-N(7) គឺ ចំនួន ឡូ ដែលមានគ្រឿងខូច តិចជាង 8 (ខូចយ៉ាងច្រើន៧) =>

N(7) = 0 + 1000 = 1000 (បានន័យថា អត់មានខូច ឬ មានខូច មិនលើស ៧) ។

ដោយ N(7) មកពីថ្នាក់ [7 , 8[ដែលមាន អេហ្វិចទីហ្វ 0 ហើយ 1000 ក៏ជាចំនួន ទាំងអស់នៃ ឡូ ដូច្នេះ ក្រាបនៃអនុគមន៍ ប៉ាទីស្យង់ចប់ត្រឹមនេះ ។

នៅលើក្រាបនេះ យើងឃើញថា ចន្លោះ [4 ,5[និង [5 , 6[ជាប់គ្នាត្រង់ 5 ពីព្រោះ អេហ្វិចទីហ្វ នៃថ្នាក់ [5 , 6[ស្មើនឹង សូន្យ ។ ដូច្នេះ អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម នៃថ្នាក់ [4 ,5[ស្មើនឹង អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម នៃថ្នាក់ [5 , 6[ដែលធ្វើឲ្យ អង្កត់ នៃថ្នាក់ទាំងពីរនេះ ជាប់គ្នា ហើយ ស្របទៅនឹង អ័ក្ស អាប់សីស។

ម្យ៉ាងទៀត ដោយ អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម នៃថ្នាក់ [6, 7[ស្មើនឹង 1000 ដែលជាចំនួនឡូទាំងអស់ ដូច្នេះ ក្រាមប៉ាទីស្យង់ត្រូវចប់ត្រឹម ថ្នាក់នេះហើយ ។

ជាទូទៅ គេតាងដោយ X អថេរ ស្ថិតិ ***ដាច់*** ។

- N ជាអនុគមន៍ ពី x ណាមួយនៃ X ផ្តទៅនឹង ចំនួន N(x) នៃ ឯកតាស្ថិតិ ដែលបំពេញ $X \leq x$។

អនុគមន៍នេះ ហៅថា **អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង** (ឬ **អនុគមន៍បន្ថែម**) នៃឪសទ្រីប៉ុយស្យុង ស្ថិតិ ។

<u>សង្កេត</u>

អនុគមន៍នេះជា អនុគមន៍ មិនប្រែប្រួល នៅក្នុងចន្លោះ ។ ពីព្រោះ

ឧបមា ថា ចំនួន ដែលអាចមាន នៃអថេរមាន ៖ 0, 1, 2, …, r, …, k ហើយ

$n_0, n_1, \ldots, n_r, \ldots, n_k$ ជា អេហ្វេចទីហ្វ ផ្ទនឹងចំនួននៃអថេរនោះ ។ នៅពេលនោះ

(មើល ជំពូក II, §6) ៖

បើ $x < 0$ $\quad N(x) = 0$

បើ $x \in [0, 1[$ $\quad N(x) = n_0$

បើ $x \in [1, 2[$ $\quad N(x) = n_0 + n_1$

……………………………………………………

បើ $x \in [r, r+1[$ $\quad N(x) = n_0 + n_1 + \cdots + n_r$

បើ $x \geq k$ $\quad N(x) = n_0 + \ldots + n_r + \ldots + n_k$ ។

ចូរសង្កេតថា អនុគមន៍នេះ កំណត់ គ្រប់តម្លៃនៃ x ហើយ មិនចុះ ជាដាច់ខាត ។

ខ្សែកោង តាងអនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង ជាខ្សែកោង កាំជណ្តើរ (courbe en escalier)៖

គឺជា អង្កត់ៗ (segments) ស្របទៅនឹងអ័ក្ស Ox បិទខាងឆ្វេង និង បើកខាងស្តាំ ។

<u>សង្កេត</u>

ការសិក្សាដូចគ្នា ចំពោះ **ហ្វេកង់បន្ថែម** (fréquences cumulées) ដោយជំនួស អេហ្វិច ទីហ្វ ដោយ ហ្វ្រេកង់ ។

III-3. *ករណី អថេរជាប់* (Cas d'une variable continue).

1.*ហីស្តូក្រាម* (histogrammes)

ការតាងក្រាប (représentation graphique) *នៃ អេហ្វេចទីហ្វ (ឬ ហ្វ្រេកង់)នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ដែលមានអថេរជាប់ ហៅថា ហីស្តូក្រាម ដោយគេប្រមូល ការសង្កេត ជាក្រុមៗ ហៅថាថ្នាក់ (មើល ជំពូក* II-§ 3) ៖

- *លើអ័ក្ស អាប់ស៊ីស កម្រិតខ្នាត់លេខគណិត* (gradué suivant une échelle arithmétique) *នៅចុង នៃថ្នាក់ដែលគេដាក់ តៗគ្នា តាមលំដាប់ ។*
- *លើអ័ក្ស អដោនេ ក៏កម្រិតខ្នាត់លេខគណិត* (gradué suivant une échelle arithmétique) *នៃអេហ្វិចទីហ្វ (ឬ ហ្វ្រេកង់) ដែលតាង ដោយ គំនូរមានរាង បួនជ្រុងទ្រវែង ហើយមាន ក្រឡាផ្ទៃ សមាមាត្រ (des rectangles d'aires proportionnelles à leurs valeurs) ស្របទៅតាមតម្លៃនៃ អេហ្វិចទីហ្វ ឬ ហ្វេកង់នោះ ។*

ឧទាហរណ៍

1. ថ្នាក់ដែលមាន វិសាលភាព ស្មើគ្នា (les classes sont d'amplitudes égales)

Fig-6 *គឺជាហីស្តូក្រាម នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង នៃ* 2478 *រថយន្ត ទៅតាម ចំនួនគីឡូម៉ែត្រ*

ដែលបានរត់ក្នុង មួយឆ្នាំ (មើល ជំពូក II,§3, 2) ៖

*

*

*

*

គីឡូម៉ែត្រ ក្នុង១ឆ្នាំ (មួយឯកតា = 1000 Km)	អេហ្វេចទីហ្វ ក្នុង ១ ថ្នាក់	អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម
ក្រោម 4 ……………………………………….	228	228
ពី 4 ទៅ ក្រោម 8 …………………………..	634	862
ពី 8 ទៅក្រោម 12 ………………………..	821	1 683
ពី 12 ទៅក្រោម 16………………………..	475	2 158
ពី 16 ទៅក្រោម 20………………………..	233	2 391
ពី 20 ឡើងទៅ …………………………….	87	2 478
បូករួម	2 478	

*

*

*

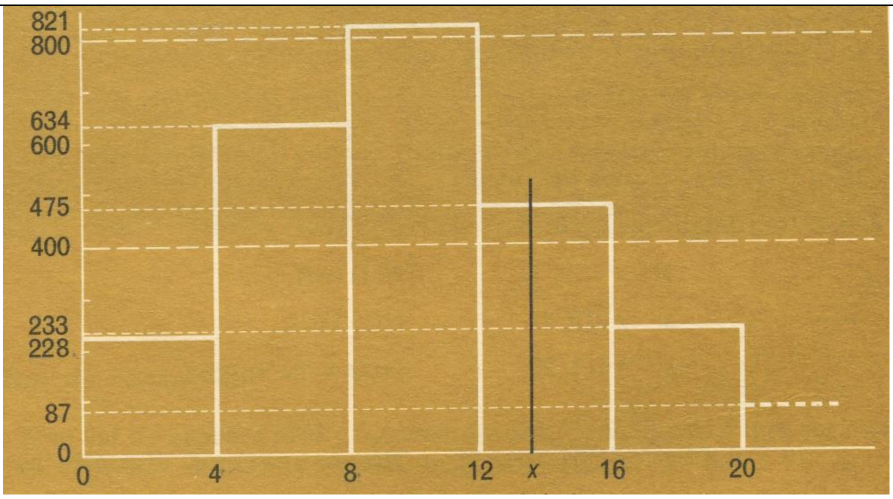
<table>
<tr>
<td>អេហ្វេចទិហ្វ
តាមថ្នាក់
ប្រវែង
4000 km</td>
<td>

Fig-6 : ចំនួន km រត់ក្នុងមួយឆ្នាំ (រាប់ ជា ពាន់ 1000 គីឡូម៉ែត្រ)</td>
</tr>
</table>

2. ថ្នាក់ដែលមាន វិសាលភាព មិនស្មើគ្នា (les classes sont d’amplitudes inégales)

ដោយតាម និយមន័យខាងលើ ថា អេហ្វេចទីហ្វ ឬ ហ្វ្រេកង់ គ្រិតលើអ័ក្ស អរដោនេ ត្រូវ សមាមាត្រនឹង ក្រឡាផ្ទៃ នៃ បួនជ្រុងទ្រវែង ។ ដូច្នេះយើងត្រូវ ៖

- *រើសយកចន្លោះ ជាខ្នាត យ៉ាងណាឲ្យ វិសាលភាពនៃថ្នាក់ទាំងអស់ជា ពហុគុណ នៃ ចន្លោះខ្នាតដែលរើសយកនោះ*
- *រក កំពស់ បួនជ្រុងទ្រវែង ទៅតាម វិសាលភាពនៃថ្នាក់នីមួយៗ និង អេហ្វេចទីហ្វ នៃថ្នាក់ ។*

បន្ទាប់មក របៀប គូរហីស្តូក្រាម នៅដដែល ។

ឧបមា តាពង ស្ថិតិ ខាងក្រោមនេះ ៖

ថ្នាក់	អេហ្វចទីហ្វតាម ចន្លោះ	អេហ្វចទីហ្វតាមចន្លោះខ្នាត (ប្រវែង 50)
0 ទៅតិចជាង 150	120	
150 ទៅតិចជាង 300	159	
300 ទៅតិចជាង 350	89	
350 ទៅតិចជាង 400	78	
400 ទៅតិចជាង 500	66	
លើសពី 500..........	52	

ឧបមា គេឲ្យយើងគូ ហីស្តូក្រាម ដោយប្រើ ទិន្នន័យ នៃតាពង់ខាងលើនេះ តើយើងត្រូវរក កំពស់ នៃ រាងបួនជ្រុងទ្រវែង ដោយវិធីណា ដើម្បី ឲ្យក្រឡាផ្ទៃនៃវា សមាមាត្រ ទៅនឹង អេហ្វចទីហ្វនៃថ្នាក់ ? យើងឃើញថាថ្នាក់មួយៗ អត់មានប្រវែងស្មើគ្នាទេ ៖

ថ្នាក់ទី១ ពី 0 ទៅ តិចជាង 150 មានប្រវែង 150 ហើយមាន អេហ្វចទីហ្វ 120

ថ្នាក់ទី២ ពី 150 ទៅតិជាង 300 មានប្រវែង 150 ហើយមាន អេហ្វចទីហ្វ 159

ថ្នាក់ទី៣ ពី 300 ទៅតិជាង 350 មានប្រវែង 50 ហើយមាន អេហ្វចទីហ្វ 89

ថ្នាក់ទី៤ ពី 350 ទៅតិជាង 400 មានប្រវែង 50 ហើយមាន អេហ្វចទីហ្វ 78

ថ្នាក់ទី5 ពី 400 ទៅតិជាង 500 មានប្រវែង 100 ហើយមាន អេហ្វចទីហ្វ 66

ថ្នាក់ទី៦ ពី 500 ទៅ មានប្រវែង ... ហើយមាន អេហ្វចទីហ្វ 52 ។

យើងឃើញថា ប្រវែង (វិសាលភាព) នៃថ្នាក់ទាំងអស់ ជាពហុគុណ នៃចំនួន 50 គឺថា ចែកនឹង 50 ដាច់ ដូចជា ៖ ថ្នាក់ទី១ ប្រវែង 150 => $\frac{150}{50}$ = 3 ; ថ្នាក់ទី២ ប្រវែង 150 => $\frac{150}{50}$ = 3 ; ថ្នាក់ទី៣ ប្រវែង 50 => $\frac{50}{50}$ = 1 ; ថ្នាក់ទី៤ ប្រវែង 50 => $\frac{50}{50}$ = 1 ; ថ្នាក់ទី៥ ប្រវែង 100 => $\frac{100}{50}$ = 2 ។ ចំពោះ ថ្នាក់ ទី៦ គេអត់ឲ្យប្រវែងពិតទេ គេគ្រាន់តែថាពី 500 ទៅ គឺ អេហ្វេចទីហ្វ មាន 52 ។ ដោយការគូរ ហីស្តូក្រាមនេះ ដើម្បី ធ្វើការ ប្រៀបធៀប រវាងថ្នាក់ទាំងអស់ ដូច្នេះថ្នាក់ទី៦ នេះ យើង សន្មត យកប្រវែង ស្មើនឹងប្រវែងថ្នាក់ដែល មុនវា គឺថ្នាក់ទី៥ ដែលមានប្រវែង 100។ ។ ដូច្នេះ ថ្នាក់ទី៦ ពី 500 ទៅ 600 មានប្រវែង 100 => $\frac{100}{50}$ = 2 ។ ដូច្នេះ យើងយក ប្រវែង នៃ ចន្លោះខ្នាត ស្មើនឹង 50 ។ បើយើង សង្កេត មើល ហីស្តូក្រាម ខាងលើ ចំពោះករណី ថ្នាក់ មានវិសាលភាព (ឬ ប្រវែង) **ស្មើគ្នា** យើង ឃើញថា គំនូរ រាងបួនជ្រុងទ្រវែងនៃហីស្តូក្រាមនោះ មានទទឹង ជាប្រវែងនៃថ្នាក់ ហើយ អេហ្វិចទីហ្វ ជាប្រវែងបណ្តោយនៃ គំនូរបួនជ្រុងទ្រវែងនោះ។ ដូច្នេះ ចំពោះ ហីស្តូក្រាម ថ្មីនេះ ដែល ប្រវែងនៃថ្នាក់**មិនស្មើគ្នា** នោះដើម្បី រកបណ្តោយនៃ រាងបួនជ្រុងទ្រវែង ដែលក្រឡាផ្ទៃ សមាមាត្រ (*proportionnelle*) នឹង អេហ្វេចទីហ្វ នោះយើងគ្រាន់តែប្រើ រូបមន្ត សម្រាប់គណនា ក្រឡាផ្ទៃ នៃបួនជ្រុងទ្រវែង គឺ ៖

$S = L \times l$ => $L = \frac{S}{l}$ ។ ដូចជា ចំពោះ ថ្នាក់ទី១ មានប្រវែង 150 => $\frac{150}{50}$ = 3 ហើយ អេហ្វេចទីហ្វ 120 នោះ l = 3 , S = 120 => $L = \frac{120}{3}$ = 40 ជាដើម ។ ឧទាហរណ៍ ៖

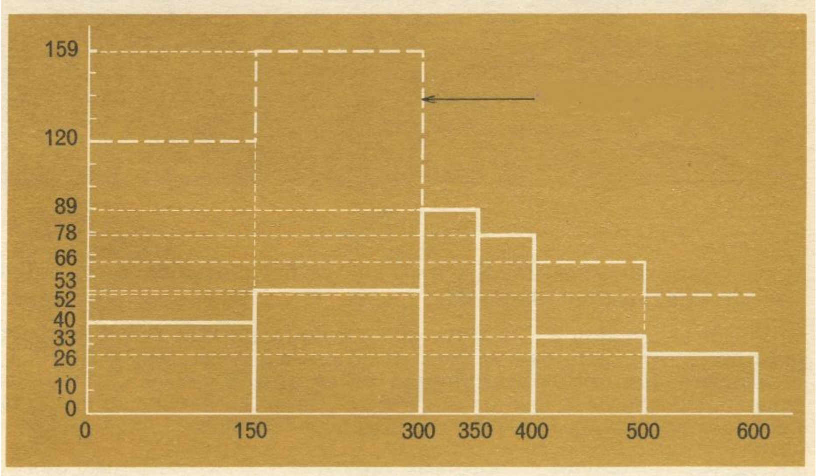
A និង B មានប្រវែងថ្នាក់ ស្មើគ្នា ហើយ មាន អេហ្វេចទីហ្វ = 20 ដូចគ្នា។ ថ្នាក់ A′ វែងជាង ថ្នាក់ A ២ដង។ ដើម្បី							ឲ្យក្រឡាផ្ទៃ A′ នៅដដែល នោះត្រូវ បន្ថយ អេហ្វេចទីហ្វវា ពាក់កណ្ដាល។				
20			A	B						B	
10								A′			

ដោយ របៀបនេះ យើងអាចបំពេញ តារាងខាងលើ ចំពោះ បន្ទាត់ឈរទី៣ ទៅជា ៖

*

ថ្នាក់	អេហ្វេចទីហ្វតាម ចន្លោះ	អេហ្វេចទីហ្វតាម ចន្លោះខ្នាត (ប្រវែង 50)
0 ទៅតិចជាង 150	120	120 : 3 = 40
150 ទៅតិចជាង 300	159	159 : 3 = 53
300 ទៅតិចជាង 350	89	89 : 1 = 89
350 ទៅតិចជាង 400	78	78 : 1 = 78
400 ទៅតិចជាង 500	66	66 : 2 = 33
លើសពី 500..........	52	52 : 2 = 26

ដោយ តារាងនេះ យើងបាន ហិស្តូក្រាម ដូច តទៅ ៖

អរដោនេ ៖ អេហ្វេចទីហ្វ ។	 Fig-7 ហិស្តូក្រាម ប្រវែងថ្នាក់ មិនស្មើគ្នា

ចំពោះថ្នាក់ ពី 0 ទៅតិចជាង 150 នោះអេហ្វេចទីហ្វមាន 120 ដែលគូរដោយ គំនុស ដាច់ៗ នៅលើ Fig-7 នេះគឺដើម្បីបង្ហាញថា ជា ហិស្តូក្រាម ខុស ។

2. អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង (fonction de répartition)

ក៏ដូចករណី អថេរដាច់ដែរ គឺគេចង់ តាងជាក្រាប នូវ អេហ្វេចទីហ្វ ឬ ហ្វេកង់ បន្ថែម ចំពោះអថេរជាប់ ។

ឧទាហរណ៍

Fig-8 តាង អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម នៃ ឪសទ្រីប៉ុ យស្យុង (មើល ជំពូក II, §6)

ដោយប្រើ តារាង ៖ (អេហ្វេចទីហ្វ គឺ ចំនួន រថយន្ត)

*

*

គីឡូម៉ែត្រ ក្នុង១ឆ្នាំ (មួយឯកតា = 1000 Km)	អេហ្វេចទីហ្វ ក្នុង ១ ថ្នាក់	អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម
ក្រោម 4 ………………………………………	228	228
ពី 4 ទៅ ក្រោម 8 …………………………	634	862
ពី 8 ទៅក្រោម 12 ……………………….	821	1 683
ពី 12 ទៅក្រោម 16………………………..	475	2 158
ពី 16 ទៅក្រោម 20……………………….	233	2 391
ពី 20 ឡើងទៅ …………………………….	87	2 478
បូករួម	2 478	

អរដោនេ គឺ អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម នៃ ចំនួន រថយន្ត ។

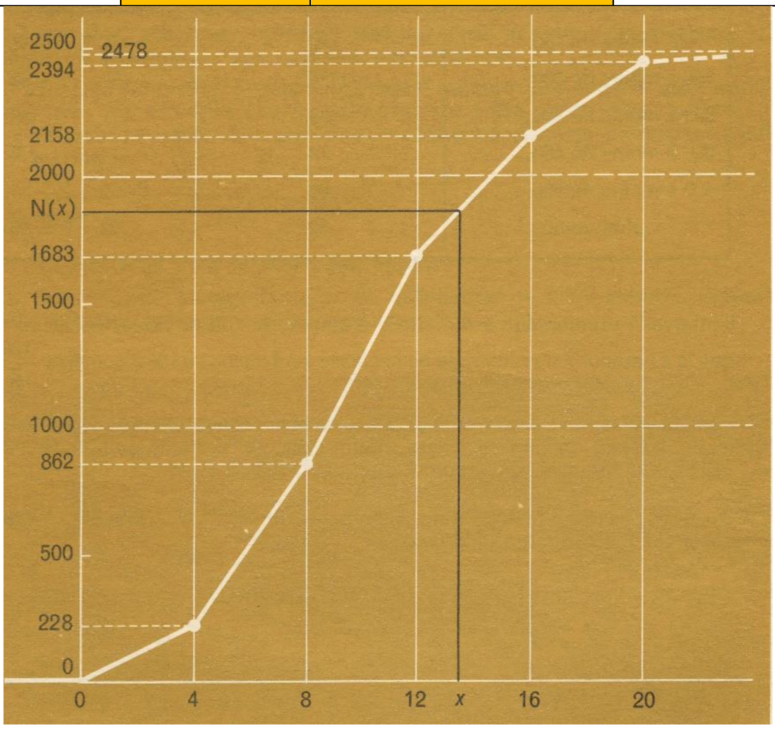


Fig-8 ក្រាប អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម (ជា 1.000 km - 4 គឺ 4.000)

ជាទូទៅ គេយក X ជា អថេរស្ថិតិ ជាប់ (variable statistique continue) ហើយ n ជា អេហ្វេចទីហ្វ ទាំងអស់នៃប្រជាជន ដែលគេសង្កេត ។

- N ជា អនុគមន៍ ដែល គ្រប់ចំនួន $x \in X$ ផ្គូផ្គងនឹងចំនួន N(x) នៃការសង្កេតដែលតូចជាង x ។ ដូច្នេះ N(x) គឺ **ចំនួននៃ ឯកតាស្ថិតិទាំងអស់ ដែល អថេរជាប់ X ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹងវិសមភាព ៖ $X < x$ ។** យើងឃើញថា អនុគមន៍ N នេះ មិនអាច ចុះទេ គឺថា មានតែកើន[14] ឬ ក៏មិនប្រែប្រួល ។ ហើយ យកតម្លៃ ពីសូន្យ (0) ទៅ n ។

$N(x) = 0$ ចំពោះ x ដែល តូច ឬ ស្មើ នៃ ការសង្កេតដែល តូច បំផុត ។

ដូចជា ថ្នាក់នៃ គីឡូមែត្រ តិច[15]ជាងគេ ឬ ស្មើ នៃ រថយន្តសង្កេត

N(x) $= n$ ចំពោះ x ធំជាង ថ្នាក់ដែលធំជាងគេ ។

អនុគមន៍ N ហៅថា អនុគមន៍រេប៉ាទីស្យុង (ឬ បន្ថែម) នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង។ ចំពោះការសង្កេតផ្តុំជា ថ្នាក់ ហើយបើ e_i ជាចុងធំ នៃ $i^{ème}$ ថ្នាក់ នោះគេបាន៖

N(e_i) $= n_1 + n_2 + \cdots \ldots + n_i = N_i$ ដែលជា ចំនួនអេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម ឬ ចំនួនសង្កេតដែល តូចជាង e_i [16] ។

---

[14] ដូចជា កាលណា ថ្នាក់ កាន់តែ ធំទូលាយ នោះយើងដាក់កូនសិស្ស កាន់តែបានច្រើននាក់

[15] គីឡូមែត្រ រត់តិចជាងគេបំផុត គឺ 0 km

[16] ត្រូវចាំថា e_i ឬ x ជាចំនួន អថេរជាប់ នៅលើ អ័ក្ស អាប់ស៊ីស ។ ហើយ n_i ជា **អេហ្វេចទីហ្វ** គឺ ចំនួននៃការ សង្កេត ដែលនៅលើ អ័ក្ស អរដោនេ **ជានិច្ច** ។

អេហ្វចទីហ្វ តាមថ្នាក់ n_i អាចឲ្យយើង គណនា N(x) តែកាលណា x ស្មើនឹង ចុង នៃថ្នាក់ ។ បើមិនដូច្នោះទេ [17]គេសន្មតថា អនុគមន៍ N មានមួយដឺក្រេ ចំពោះ x (la fonction N est du premier degré en x) ដែល ក្រាប គឺ ជាបន្ទាត់ ។ ដូច្នេះ ពហុកោណ (polygone)បន្ថែម (ឬ អេហ្វចទីហ្វ បន្ថែម) បានដោយ ផ្គាប់ ចំណុច [e_i, N_i] ទាំងអស់ ដោយ អង្កត់ ។

ពហុកោណ នេះហើយ ដែល តាង អនុគមន៍រេប៉ាទីស្យុង ។

ការសិក្សាដូចគ្នា អាចធ្វើចំពោះ ហ្វេកង់ តាមថ្នាក់ ៖ $f_i = \frac{n_i}{n}$ ដូចជា៖

<u>ឧទាហរណ៍</u>

Fig-9 តាងនូវ អនុគមន៍រេប៉ាទីស្យុង នៃហ្វេកង់បន្ថែម (កាត់យក ត្រឹម 1/100 ដែលជិត[18]) នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ស្ថិតិ បង្ហាញដោយតារាង (មើល ជំពូក II, §6) ខាងក្រោមនេះ ៖

គីឡូមែត្រដែលរត់ក្នុង១ ឆ្នាំ (បង្ហាញជា ពាន់ km)	អេហ្វចទីហ្វ	អេហ្វទីហ្វ បន្ថែម	ហ្វេកង់	ហ្វេកង់ បន្ថែម
តិចជាង 4…………………	228	228	0,09	0,09
4 ទៅតិចជាង 8 ………..	634	862	0,26	0,35
8 ទៅតិចជាង 12 ………	821	1683	0,33	0,68

[17] គឺថា បើ x មិននៅចុងនៃថ្នាក់។

[18] គឺថាបើហ្វេកង់ = 0, 646 នោះគេយក 0,65 // បើ ហ្វេកង់ = 0, 645 នោះគេយក 0,64 ឬ 0,65 // បើ ហ្វេកង់ = 0, 644 នោះគេយក 0,64 ។

12 ទៅតិចជាង 16 ……. 16 ទៅតិចជាង 20 …… 20 និងលើស ……..	475 233 87	2158 2391 2478	0,19 0,09 0,04	0,87 0,96 1
បូករួម	2478		1	

ប្រេហ្វ
កង់
បន្ថែ
ម

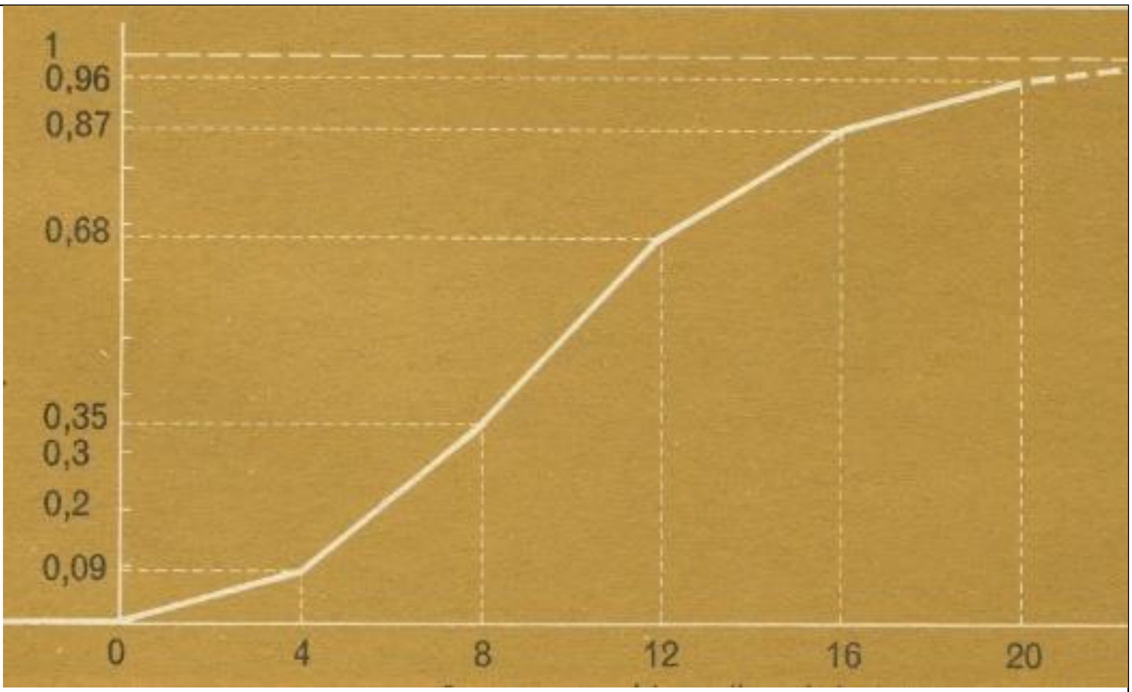


Fig-9 ប្រវែង ជាគីឡូមែត្រ រត់ ក្នុង មួយឆ្នាំ (ជា 1.000 km)

*

*

<u>ឪសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ពីរជង</u>

<u>(Distributations statistiques doubles).</u>

<u>III-4 ករណី ចរិតស្ថិតិជា គុណភាព</u>

គេគូរ ក្រាបជាបន្ទះ

ក្រាបនេះ មានបីបែបផែន ៖

-ក្រាបដំណាង អេហ្វេចទីហ្វ

-ក្រាប ដំណាង រេប៉ាទីស្យុងនៅគែម (les répartitions marginales)

-ក្រាបដំណាង រេប៉ាទីស្យុង មានល័ក្ខខ័ណ្ឌ (les répartitions conditionnelles) ។

<u>ឧទាហរណ៍</u>

តទៅនេះ ជាស្ថិតិប្រជាជនប្រទេសបារាំង (ការជំរឿន នៅឆ្នាំ 1962) (*មើល ជំពូក* II,§8) ។

គេចែក ប្រជាជន ទៅតាម ***ភូមិភាគ*** (régions) *ហើយគេឲ្យឈ្មោះ ភូមិភាគនីមួយៗ*

ជាលេខ ៖ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ។

<u>នៅក្នុង ភូមិភាគ នីមួយៗ គេចែកជា</u> ៖

ក/ ក្រុងធំៗ (grandes villes)

ខ/ ក្រុងមធ្យមៗ (villes moyennes)

គ/ ក្រុងតូចៗ (petites villes)

ឃ/ ភូមិអ្នកស្រុកស្រែចម្ការទាំងឡាយ (Communes rurales) ។

ក្រាប តទៅនេះ គេ តម្រៀប ភូមិភាគ ទៅតាមចំនួនប្រជាជន ពី ច្រើន ទៅ តិច ហើយ ក្នុងភូមិភាគ នីមួយៗ គេដាក់ ត្រួតលើគ្នា ពី ក្រុងធំ(នៅក្រោមគេ) ទៅដល់ ភូមិអ្នកស្រុក (នៅលើគេ)។ តទៅនេះជាក្រាប នៃស្ថិតិប្រជាជនប្រទេសបារាំង ឆ្នាំ 1962 ៖

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

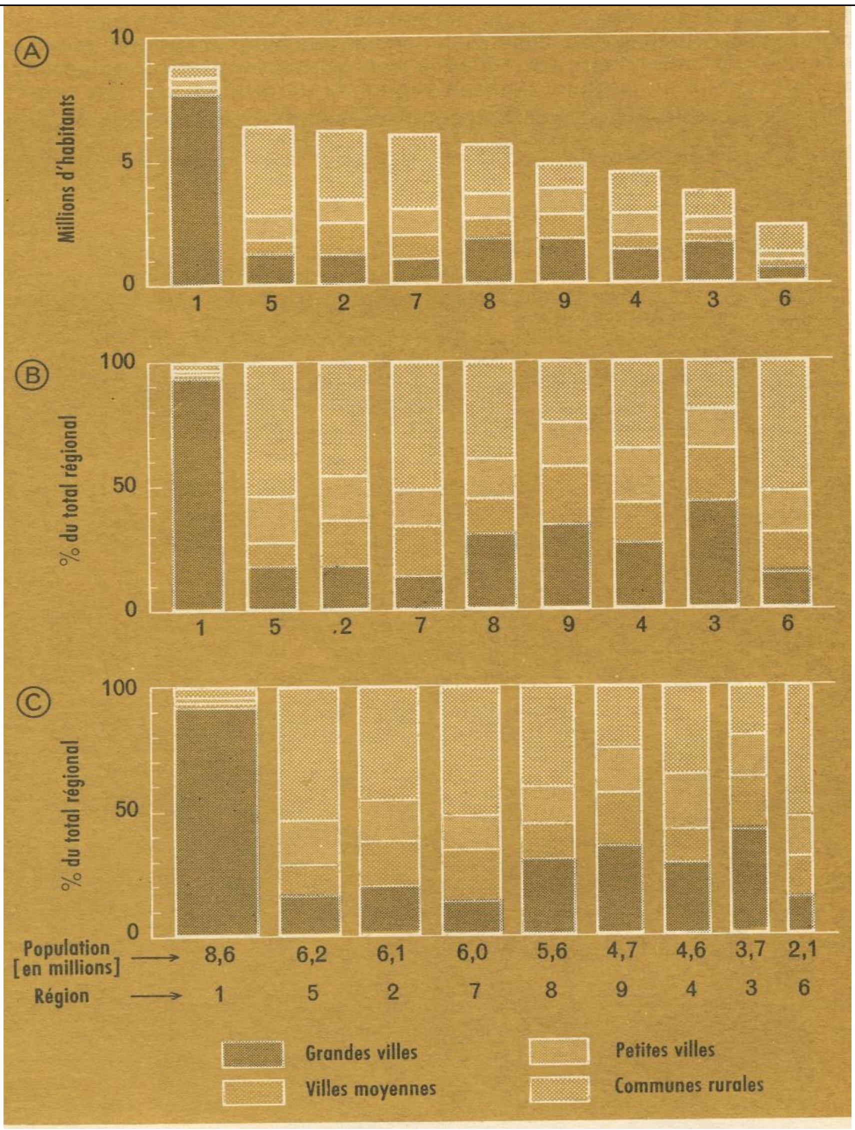


Fig-10

10-A

10-B

10-C

ប្រជាជន រាប់ជា លាននាក់ ដូចជា 8.6 = 8.600.000 ។ បន្ទាត់ទី២ គឺ លេខនៃភូមិភាគ ។

10-A : **ក្រាបនៃចំនួន** ទាំងអស់នៃប្រជាជនប្រទេសបារាំង តម្រៀបតាមភូមិភាគដែល មានប្រជាជន ពី ច្រើនទៅតិច ហើយក្នុងភូមិភាគនីមួយៗ មានតម្រួតគ្នាពី ក/ ខ/ គ/ ឃ/ ។

10-B : **ក្រាប ប៉េទីស្បុង មានល័ក្ខខ័ណ្ឌ** តាម ក/ ខ/ គ/ ឃ/ ជាភាគរយ (%) នៃភូមិភាគមួយៗ គឺថា គេយកអេហ្វេចទីហ្វនៃភូមិភាគនីមួយៗ ជា ភាគបែង នៃ ប្រភាគ ហើយ អេហ្វេចទីហ្វ នៃ ក្រុងឬ ភូមិអ្នកស្រុកជា ភាគយក នៃ ប្រភាគ ។

10-C : **ជាក្រាប ដូច 10-B ដែរ**។ តែលើសពីនេះទៅទៀត គឺថា មិនត្រឹមតែ ទៅតាមល័ក្ខខ័ណ្ឌ ក/ ខ/ គ/ ឃ/ ប៉ុណ្ណោះទេ **តែថែម ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៅគែម** (distribution marginale) នៃភូមិភាគមួយៗ ថែមទៀត ។ គឺថា ទទឹងនៃ បន្ទះរាងបួនជ្រុងទ្រវែងត្រូវ សមាមាត្រ នឹងចំនួនប្រជាជន នៃ ភូមិភាគ នីមួយៗ ។

<u>សង្កេត</u>

យើងឃើញចំពោះក្រាប 10-A ឬ 10-B វិសាលភាព (ទទឹងថ្នាក់ នីមួយៗ ស្មើគ្នា) តែចំពោះក្រាប 10-C វិញ ដោយ យកទទឹងនៃថ្នាក់នៃ ភូមិភាគ តូច ឬ ធំ ទៅតាម ចំនួនប្រជាជននៃ ថ្នាក់នោះ តិច ឬ ច្រើន នោះទទឹង នៃថ្នាក់ មានប្រវែងមិនស្មើគ្នាទេ។ ដូចជាភូមិភាគលេខ-1 មានប្រជាជន 8.6 ហើយភូមិភាគលេខ-2 មានប្រជាជន 6.2 នោះវិសាលភាព នៃ ថ្នាក់-1 ធំជាង វិសាលភាពនៃថ្នាក់-2 ។

<u>សង្កេត</u>

ចំពោះ 10-B ដែលគេយក ភាគរយ (%) នៃអេហ្វេចទីហ្វ តើយើង គណនា របៀបណាដើម្បី បាន អេហ្វេចទីហ្វជា ភាគរយ ?

ឧបមា ក្នុងការសង្កេតមួយនោះ មាន ប្រជាជន 1500 នាក់ ហើយមាន ៥ ថ្នាក់ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 ដោយថ្នាក់ X_1 មាន អេហ្វេចទីហ្វ 180 ; ថ្នាក់ X_2 មាន អេហ្វេចទីហ្វ 300 ថ្នាក់ X_3 មាន អេហ្វេចទីហ្វ 450 ; ថ្នាក់ X_4 មាន អេហ្វេចទីហ្វ 150 ; ថ្នាក់ X_5 មាន អេហ្វេច

ទីហ្វ 420 ។ ចំណោទគឺ ឥឡូវនេះ ដើម្បី គូរ ហីស្តូក្រាម គេឲ្យយើងគូរ ស្ថិតិដដែលនេះ ដោយ បង្រួញ ប្រជាជនទាំងអស់ ពី 1500 នាក់ មកជាប្រជាជនទាំងអស់មានតែ 100 នាក់វិញ ។

ដូច្នេះ យើងត្រូវរក អេហ្វេចទីហ្វនៃថ្នាក់ នីមួយៗ ចំពោះអេហ្វេចទីហ្វទាំងអស់ថ្មីនេះ ។

ថ្នាក់	អេហ្វេចទីហ្វ	អេហ្វេចទីហ្វ ជាភាគរយ (%)
X_1	180	180 : 15 = 12
X_2	300	300 : 15 = 20
X_3	450	450 : 15 =30
X_4	150	150 : 15 = 10
X_5	420	420 : 15 = 28
បូករួម	1500	100

រូបមន្ត ដើម្បី រក អេហ្វេចទីហ្វភាគរយ គឺ

1500 → 100

ចុះបើ $x \rightarrow ?$ យើងធ្វើ ៖

1500 → 100

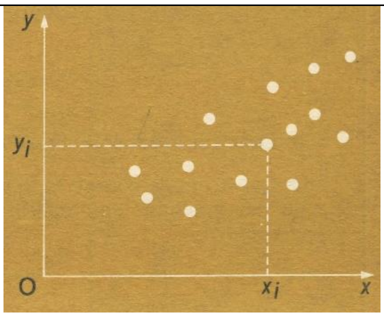
$1 \rightarrow \frac{100}{1500}$

$x \rightarrow x \times \frac{100}{1500} = \frac{100x}{1500} = \frac{x}{15}$ ជារូបមន្ត សម្រាប់បំពេញ អេហ្វេចទីហ្វជាភាគរយ ។

*

III-5 ករណី មានអថេរពីរ (Cas de deux variables)

គេសង់ ពពក នៃចំណុច (nuages de points) (Fig-11)



-បើ ចំនួនឯកតាស្ថិតិ មិនច្រើន ហើយបើការសង្កេតទៅលើអថេរ X និង Y ដឹងដោយ រៀងខ្លួននោះ បញ្ជី $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\dots,$ $\dots\dots,(x_n,y_n)$ នៃតម្លៃរបស់វានោះ គឺតាងនៅ ក្នុងតម្រុយការតេស៊ីអៀង (repère cartésien) ដោយចំណុចមាន កូអរដោនេ $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\dots,(x_n,y_n)$ ដូចរូប Fig-11 ។

- បើ ចំនួនឯកតាស្ថិតិ មានច្រើន ឬ បើការសង្កេតទៅលើអថេរ X និង Y ប្រមូលផ្តុំជាថ្នាក់ នោះគេដាក់នៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស នូវផ្ចិត $X_1,X_2,\dots,X_r$ នៃថ្នាក់ និង នៅលើអ័ក្ស អរដោនេ នូវ ផ្ចិត $Y_1,Y_2,\dots,Y_s$ នៃ ថ្នាក់ ។ ព្រំដែននៃថ្នាក់ទាំងអស់ ជាបន្ទាត់កាត់គ្នា

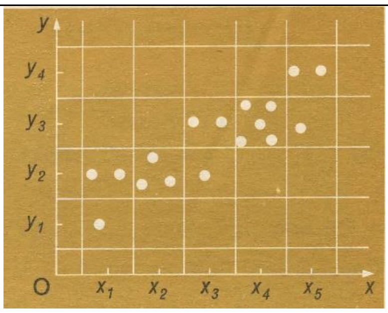
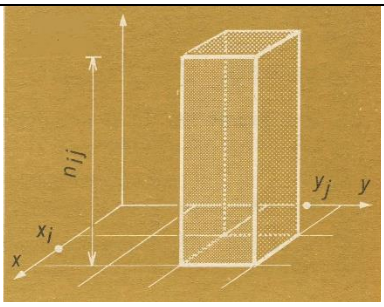


Fig-12

ជាក្រឡាប្រង្គ។ ចំពោះ មួយការសង្កេត ផ្ទួនឹង មួយចំណុចនៅក្នុង ក្រឡា។ (ឬ មួយចំណុច ផ្ទួនឹង 10, 100, …. ការសង្កេត បើសិនជាការសង្កេតមានច្រើន)។

សង្កេត

ការធ្វើសញ្ញាណ នៃហីស្តូក្រាម (§3) ឲ្យកាន់តែទូលំទូលាយទៅ អាចធ្វើបាន ៖ ក្នុងមួយក្រឡា នៃផ្ទៃរាបដោយ (X,Y) ទុកជាបាត គេសង់ (មើល Fig-13) រូបឈរ ប៉ារាល្លែលេពីប៉ែត (parallélépipède) ដែលមានកំពស់ ស្រប ទៅនឹង អេហ្វេចទីហ្វ នៃ ថ្នាក់ (ដោយសម្មតិកម្ម ថា ថ្នាក់ទាំងអស់ មាន វិសាលភាពស្មើៗគ្នា) ។	 Fig-13

-- ចប់ ជំពូក ទី ៣ ---------------------------

III-6 លំហាត់មានចម្លើយ

លំហាត់ទី១

គេយកប្រាក់កាក់៥ មកបោះទៅលើទាំង៥តែម្តង ហើយ គេរាប់នូវចំនួន X នៃកាក់ដែលផ្ងារ (បើប្រាកកាក់នោះ មានរូប យើងសន្មត យកខាង រូប) ។ ហើយគេបោះរបៀបនេះ 100 ដង។ គេ ក៏បាន ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង នៃការបោះកាក់នេះ ដូចតារាង ខាងក្រោមនេះ ។

សំណួរគឺ	តម្លៃនៃ X	អេហ្វេចទីហ្វ n_x
1/ សង់ ដ្យាក្រាម ដំបង	0	2
2/ សង់ ក្រាប នៃ អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង នៃ អេហ្វេចទីហ្វ ។	1	17
	2	29
	3	33
	4	16
	5	3
	បូករួម	100

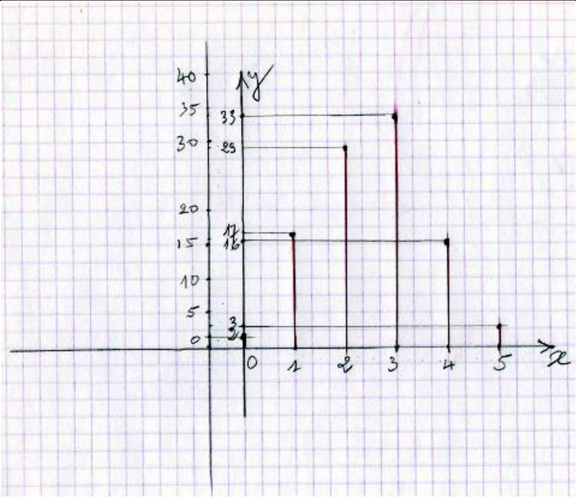
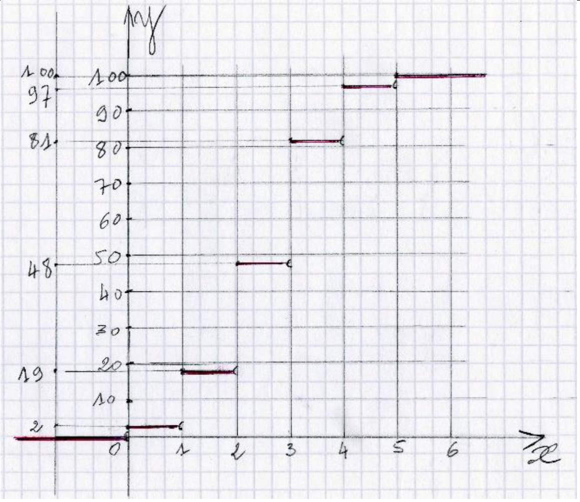
រំលឹក ៖ អេហ្វេចទីហ្វ គឺ អេហ្វេចទីហ្វនៃ ប្រជាជន ។ ហើយប្រជាជន គឺ ដូចជា កូន សិស្ស ឬ ការពិសោធន៍ ។ អថេរ គឺ តម្លៃ ដែលអាច មានឡើង ដោយការពិសោធន៍ នេះ។ ដូចជាចំពោះ ចំណោទនេះ គេធ្វើការពិសោធន៍ 100 ដង គឺ បោះ ប្រាក់កាក់ទាំង ៥នេះ 100ដង ហើយ ម្តងៗ គេសង្កេតមើល តើ មាន ចំនួន ផ្ការ ប៉ុន្មានដង ។ ដូច្នេះ អថេរ X ដែលយកចំនួនផ្ការ នោះ X អាចយក តម្លៃ 0, 1, 2, 3, 4, 5 ។ 0 គឺ នៅពេល ដែលកាក់ទាំង ៥ នោះធ្លាក់ចុះមក កាក់ទាំង៥ សុទ្ធតែផ្កាប់ទាំងអស់ ។

តារាងខាងលើនេះ អាចឲ្យយើង សង់ ដ្យាក្រាមដំបងបាន។

ដើម្បី នឹងសង់ ក្រាបនៃ អនុគមន៍រេប៉ាទីស្យុង យើងត្រូវបំពេញ នៅក្នុងតារាង នូវ អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម ៖

តម្លៃនៃ X	អេហ្វេចទីហ្វ	អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម	បើ N ជាអនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង នៃអេហ្វេចទីហ្វ៖
			ចំពោះ $x \in]-\infty, 0[\,,\ N(x) = 0$
0	2	2	ចំពោះ $x \in [0, 1[\,,\ N(x) = 2$
1	17	19	ចំពោះ $x \in [1, 2[\,,\ N(x) = 19$
2	29	48	ចំពោះ $x \in [2, 3[\,,\ N(x) = 48$
3	33	81	ចំពោះ $x \in [3, 4[\,,\ N(x) = 81$
4	16	97	ចំពោះ $x \in [4, 5[\,,\ N(x) = 97$
5	3	100	ចំពោះ $x \in [5,\ 6[\,,\ N(x) = 100$
			ចំពោះ $x \in [6, +\infty[\,,\ N(x) = 100$

ក្រាបទាំង ពីរ ដូចតទៅនេះ ៖

<table>
<tr><td colspan="2">ចំពោះ អថេរ ដាច់ ៖ ដ្យាក្រាមដំបង និង ក្រាបនៃ អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម</td></tr>
<tr><td>ដ្យាក្រាម ដំបង</td><td>ក្រាប នៃ អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង (ជាអង្កត់ បិទខាងឆ្វេង និង បើកខាងស្តាំ)</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

លំហាត់ទី២

គូររង្វង់ពីរ និងតាងដោយផ្ទៃចន្លោះកាំ នូវលទ្ធផលនៃ ការបោះឆ្នោតសភា ដូចខាងក្រោមនេះ៖

បេក្ខជន	បោះលើកទី១	បោះលើកទី២
A …………………………..	16216	17356
B…………………………….	6049	9272
C…………………………..	5888	5969
D…………………………..	4271	
E…………………………….	1831	
F…………………………….	810	
ចំនួន សម្លេង	35065	32597

ចម្លើយ

ដើម្បី រកផ្ទៃចន្លោះកាំ មុនដំបូងយើងត្រូវរក ប្រេកង់ បន្ទាប់មកយើងរក មុំ ដោយប្រើ ប្រេកង់ នោះ ។

បេក្ខជន	សម្លេង បោះលើកទី១		សម្លេង បោះលើកទី២	
	អេហ្វេចទីហ្វ	ប្រេកង់	អេហ្វេចទីហ្វ	ប្រេកង់
A………………	16216	16216 : 35065= 0,46	17356	17356 : 32597 = 0,53
B………………	6049	6049 : 35065 = 0,17	9272	9272 :32597 = 0,284
C………………	5888	5888 : 35065 = 0,17	5969	5969 : 32597 = 0,183
D………………	4271	4271 : 35065 = 0,12		
E………………	1831	1831 : 35065 = 0,05		
F……………..	810	810 : 35065 = 0,02		

ដើម្បី រកមុំ នៅផ្ចិតនៃ រង្វង់ យើងយក 360° × ប្រេកង់ ៖

បេក្ខជន	សម្លេង បោះលើកទី១		សម្លេង បោះលើកទី២	
	ប្រេកង់	មុំ	ប្រេកង់	មុំ
A……………..	0,46	360 ° × 0,46 ≅ 166°	0,53	360° × 0,53 ≅ 191°
B…………….	0,17	360 ° × 0,17 ≅ 62°	0,284	360° × 0,284 ≅ 103°
C…………….	0,17	360 ° × 0,17 ≅ 62°	0,183	360° × 0,183 ≅ 66°
D…………….	0,12	360 ° × 0,12 ≅ 44°		
E…………….	0,05	360 ° × 0,05 ≅ 18°		
F……………..	0,02	360 ° × 0,02 ≅ 8°		

ដោយ មុំ នៅក្នុងបន្ទាត់ ឈរ (la colonne)នៃតារាងនេះ យើងអាចគូរ ផ្ទៃចន្លោះកាំ នៃ រង្វង់ ទាំងពីរបាន (មើល III-1 , Fig-3) ។

*

លំហាត់ទី៣

គេឲ្យឱសទ្រីប៉ុយស្សុង នៃសិស្ស 33 នាក់នៅក្នុងថ្នាក់មួយនោះ ទៅតាមចំនួន បងប្អូន ប្រុស និង ស្រី នៃសិស្សទាំងនោះ ដូចតារាងខាងក្រោមនេះ ។

1/ ចូរ គូរ ដ្យាក្រាមដំបង ។

2/ គណនា អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម ៖ ចំនួន សិស្ស ដែលមាន បងប្អូនប្រុសនិងស្រី ស្មើនឹង x, តិចជាង x ។

3/ តើមានសិស្ស ប៉ុន្មាន ដែល មាន ៖

- បងប្អូនប្រុស ឬ ស្រី តិចជាង 2 ?
- បងប្អូនប្រុស ឬ ស្រី 2 ឬ តិច ?

4/ គូរ ក្រាប នៃ អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម ។

ចំនួនបងប្អូន ប្រុស និង ស្រី x …………………….	0	1	2	3	4	5
ចំនួនសិស្ស n_x……………………………………………	9	13	7	3	0	1

ចម្លើយ

1/ ដើម្បីគូរ ដ្យាក្រាមដំបង មើល លំហាត់ទី១ ដោយដាក់ ចំនួន x លើ អ័ក្ស អាប់ស៊ីស ហើយ ដាក់ ចំនួន n_x លើ អ័ក្ស អរដោនេ ។

2/ យើងសង់តារាង ដាក់ អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម ៖

យើងតាងដោយ N អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង (អនុគមន៍ បន្ថែម)

*

x	n_x		ថ្នាក់	អេហ្វចទីហ្វ n_x	អេហ្វចទីហ្វបន្ថែម នៃ អនុគមន៍ N
$x<0$	0		]-∞ , 0[……….	0	0
0 ……………	9		[0 , 1[…………..	9	9
1……………	13		[1 , 2[………….	13	9+13 = 22
2 ……………	7		[2 , 3[…………..	7	22 + 7 = 29
3…………….	3		[3 , 4[…………..	3	29 + 3 = 32
4…………….	0		[4 , 5[………….	0	32 + 0 = 32
5…………….	1		[5, 6[………….	1	32 + 1 = 33
			≥ 6……………	0	33 + 0 = 33

តារាងនេះ បង្ហាញថា ៖

ចំពោះ $x \in]-\infty,0[$, $N(x) = 0$

ចំពោះ $x \in [0,1[$ $N(x)= 9$ បានន័យថា សិស្សដែលមានបងប្អូន តិចជាង 1មាន 9 នាក់

ចំពោះ $x \in [1,2[$ $N(x)= 22$ បានន័យថា សិស្សដែលមានបងប្អូន តិចជាង 2 មាន 22 នាក់ (តិចជាង 2 បានន័យថា 0 ឬ 1 ។ 0 គឺ សិស្សដែលអត់មាន បងប្អូន ហើយ 1 គឺ សិស្សដែលមាន បងប្អូន តែ 1នាក់) ។ ដោយ x ជាចំនួនគត់ ពីព្រោះ ដំណាង បងប្អូន ប្រុសនិងស្រី ដូច្នេះ $x \in [1,2[$ => $x = 1$ => $N(x) = N(1) = 22$ ។

ដូច្នេះ ចំពោះ សំណួរ 2/ នេះ យើងឆ្លើយថា៖

បើ $x \in]-\infty,0[$, $N(x) = 0$

បើ $x \in [0, 1[$, $N_x = 9$

……………………………….

បើ $x \in [3, 4[$, $N(x) =$ 32

………………………………………………..

3/ - សិស្ស ដែលមានបងប្អូនប្រុសឬស្រី តិចជាង ២ = 22

- សិស្ស ដែលមានបងប្អូនប្រុសឬស្រី ២ ឬ តិច = 29 ។

4/ ចំពោះ គូរក្រាបប៉េវទីស្យុង មើល លំហាត់ទី១ ដែលជា អង្កត់ បិទខាងឆ្វេង និងបើកខាងស្តាំ ។

លំហាត់ទី៤

គេឲ្យ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង នៃ ក្មេងប្រុស 300 នាក់ មានអាយុ 10ឆ្នាំ ទៅតាមកំពស់ ជា cm (សង់ទីម៉ែត្រ) ។

*

1/ គូរ ហ៊ីស្តូក្រាម តាងអេហ្វេចទីហ្វតាមថ្នាក់។ 2/ គណនា អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម ដោយ « ឡើង » តាម ចំនួនក្មេង ដែលមានកំពស់ ស្មើ ឬ លើស ពីចុងនៃថ្នាក់ ជា បន្តបន្ទាប់ (ដែល នឹងត្រូវបញ្ជាក់) ។ 3/ គូរ ក្រាបនៃ អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម 4/ តើ ក្មេងប្រុសដែលមានកំពស់ 132,5cm ឬលើស មាន ចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?	កំពស់ ផ្ចិតនៃថ្នាក់ ជា (cm)	ចំនួនក្មេងប្រុស
	120 125 130 135 140 145 150	9 33 74 93 64 21 6
	បូករួម……	300

ចម្លើយ

ដោយកំពស់ ជា ផ្ចិតនៃថ្នាក់ នោះ ដើម្បី រក ចន្លោះនៃថ្នាក់ [a , b] ដែលមាន ផ្ចិត c

នោះយើងប្រើ រូបមន្ត c = (a+b) / 2 => a+ b = 2c a = c – d/2

b-a = d (វិសាលភាព) => b – a = d b = c + d/2

ចំពោះ c = 120 ហើយ d = ប្រវែង រវាង ផ្ចិត ពីរជាប់គ្នា = 125 – 120 = 5 => d/2 = 2,5

ដូច្នេះ a = 120 – 2,5 = 117,5 ; b = 120 +2,5 = 122,5 => [a , b[= [117,5 , 122,5[។

រួមសេចក្តីទៅ (មើល II-3 - ឧទាហរណ៍) ដោយ 120 , 125, …….ជាផ្ចិតនៃថ្នាក់ នោះ

ចុងពិតនៃចន្លោះ ជា cm គឺ ៖ 117,5 ; 122,5 ; 127,5 ;132,5 ; 137,5 ; 142,5 ; 147,5 ;

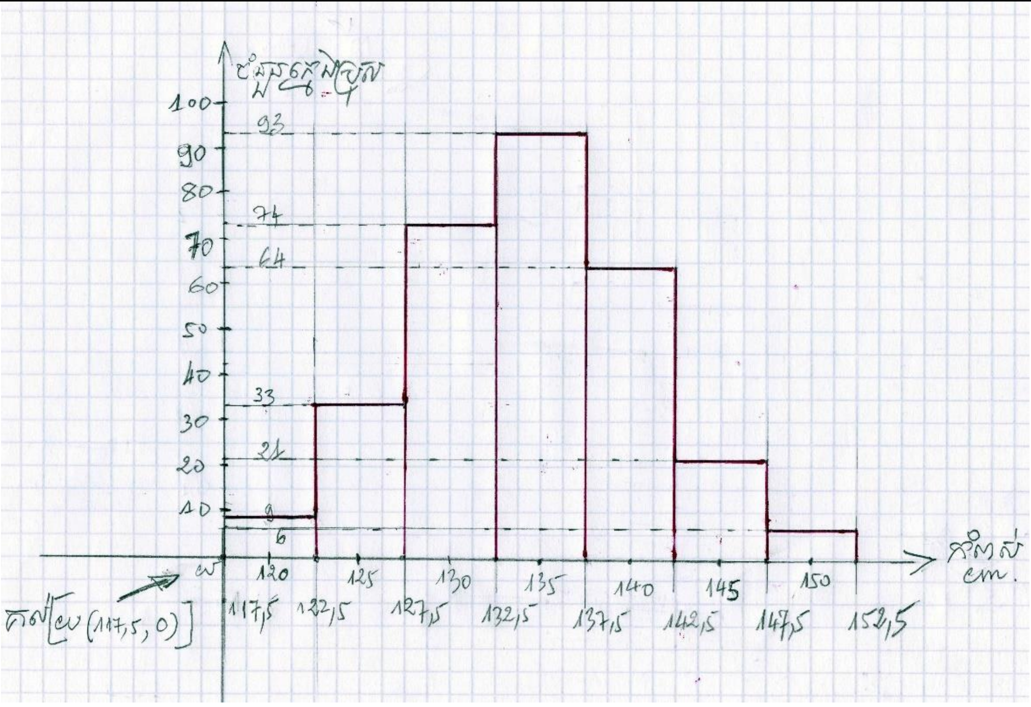
(គឺថា ពីចុងមួយ ទៅចុងជាបន្ទាប់ គេ បូកនឹង 5 (វិសាលភាព ឬ ប្រវែងនៃថ្នាក់) ។

*

ផ្ចិតថ្នាក់	ចន្លោះ	អេហ្វេចទីហ្វ	អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម	
120	[117,5 , 122,5[	9	9	
125	[122,5 , 127,5[	33	42	
130	[127,5 , 132,5[	74	116	
135	[132,5 , 137,5[	93	209	
140	[137,5 , 142,5[	64	273	
145	[142,5 , 147,5[	21	294	
150	[147,5 , 152,5[	6	300	

1/ គូរ ហីស្តូក្រាម តាងអេហ្វេចទីហ្វតាមថ្នាក់។

	អេថរ ជាប់ - ហីស្តូក្រាម តាមថ្នាក់ នៃកំពស់ ក្មេងប្រុស



2/ គណនា អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម ដោយ « ឡើង » តាមចំនួនក្មេង ដែលមានកំពស់ ស្មើ ឬ លើស ពីចុងនៃថ្នាក់ជា បន្តបន្ទាប់ ។

ដោយមើលតាម ហីស្តូក្រាម ខាងលើ យើងឃើញថា ចាប់ពីចុងថ្នាក់ 117,5 ទៅ ដល់ចុងថ្នាក់ 152,5 យើងឃើញ ៖

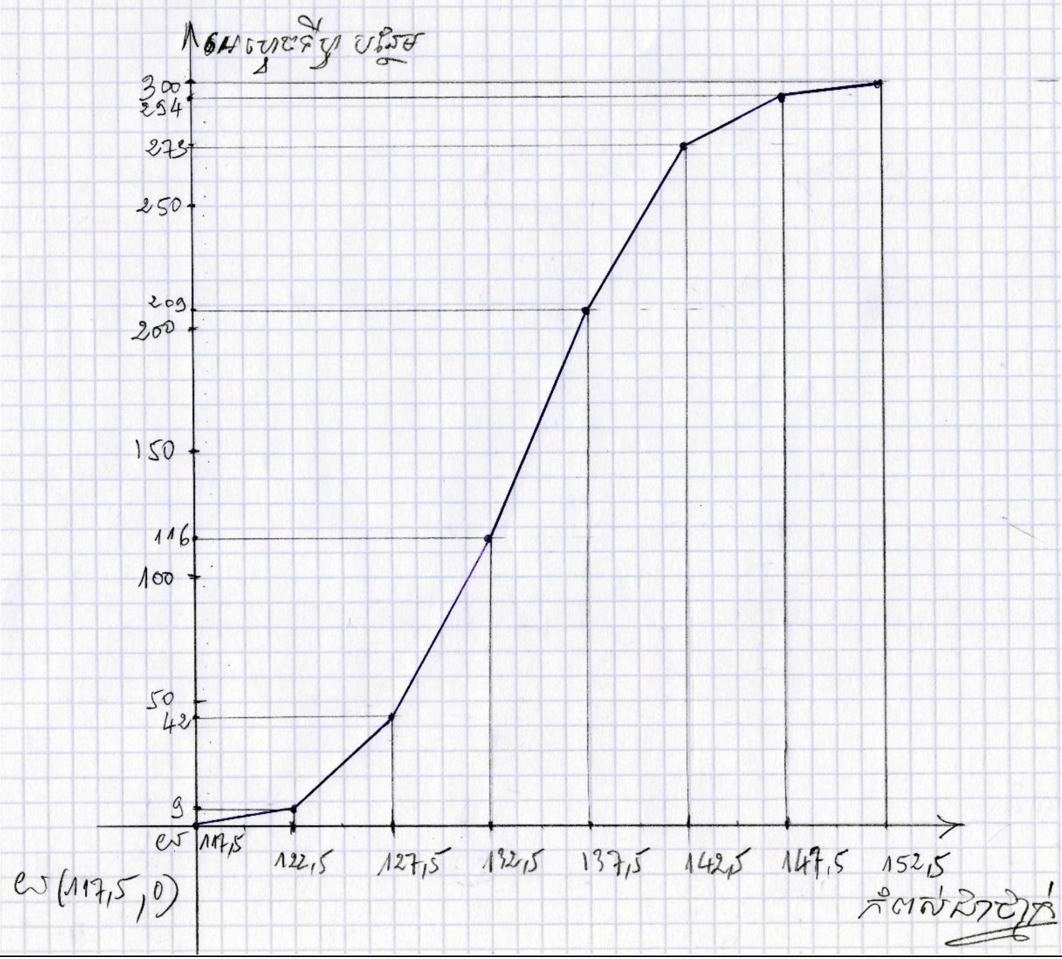
-មានក្មេង 300 នាក់ ដែលមានកំពស់ ស្មើ ឬ លើស ពី 117,5

- គ្មានក្មេង ដែលមានកំពស់ ស្មើ ឬ លើសពី 152,5

- មានក្មេង 6 នាក់ ដែលមានកំពស់ ស្មើ ឬ លើសពី 147,5 ។

3/ គូរ ក្រាបនៃ អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម

យើងធ្លាប់ឃើញ ក្រាបនៃអេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម ចំពោះ អថេរដាច់ ដែលជាក្រាប ឡើងជាថ្នាក់ៗ ដូចកាំជណ្ដើរ (courbe en escalier) ។ ចំពោះ អថេរជាប់វិញ ដូចនៅក្នុងលំហាត់ នេះ យើងនឹងឃើញដូច តទៅ ៖

	អថេរជាប់ ៖ ក្រាប នៃអេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម
	

4/ តើ ក្មេងប្រុសដែលមានកំពស់ 132,5cm ឬលើសមាន ចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ?

ដោយ មើលក្រាបបន្ថែម យើងឃើញថា កំពស់ 132,5 ត្រូវនិង ចំនួនសិស្ស 116 នាក់។ ដូច្នេះ សិស្សដែលមានកំពស់ ក្រោម 132,5 នោះមាន 116 នាក់ ពីព្រោះ យើង ធ្លាប់ឃើញហើយ ថាថ្នាក់នីមួយៗ គឺជា ចន្លោះបិទខាងឆ្វេង ហើយបើកខាងស្តាំ ដូច្នេះ ក្នុងចំនួន ក្មេង 116 នាក់នេះ គេមិនបានរាប់បញ្ចូលក្មេងដែលមាន កំពស់ 132,5 នោះទេ ។ ដូច្នេះ ដើម្បី រក ចំនួន ក្មេងដែលមាន កំពស់ ស្មើ ឬ លើស ពី 132,5 យើងគ្រាន់តែយក ចំនួនក្មេង ទាំងអស់ (300 នាក់) ហើយយើងដកចេញ 116 នាក់ ដែលមានកំពស់ក្រោម 132,5 ។ គឺថា 300 – 116 = 184 ។

ដូច្នេះ ក្មេងដែលមានកំពស់ ស្មើ ឬ លើស ពី 132,5 មាន 184 នាក់៕

លំហាត់ទី ៤

គេមាន សេរី (série) ស្ថិតិ នៃ អាជីវកម្មកសិករ (exploitations agricoles) នៃភូមិភាគមួយ ចាត់ថ្នាក់ទៅតាមក្រឡាផ្ទៃដី ដូចតារាងខាងក្រោមនេះ ៖

ក្រឡាផ្ទៃ (ជា ហិកតា) ha	ចំនួន អាជីវកម្ម
ក្រោម 1 ha ………………….	27
1 ទៅ 2 ha………………	35
2 ទៅ 3 ha…………………	29
3 ទៅ 5 ha…………………	54

5 ទៅ 10 ha …………………..	105
10 ទៅ 20 ha ……………….	70
20 ទៅ 40 ha ……………….	40

1/ គូរតារាង ដែលមាន -អេហ្វេចទីហ្វ -អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម ឡើងនិងចុះ -ហ្វ្រេកង់រីឡាទីវ ។

2/ គូរក្រាប ហីស្តូក្រាម ដែល ចែកអាជីវកម្មទៅតាម ក្រឡាផ្ទៃ ។

3/ ដោយប្រើ លទ្ធផល បានមកពី សំណួរ ទី 1/ ចូរឲ្យផ្នែក ភាគរយ (%)នៃ អាជីវកម្ម ដែលមាន ក្រឡាផ្ទៃ ៖ a/ តិចជាង 3 ha ; b/ ធំជាង 10 ha ឬ ស្មើ ។

<u>ចម្លើយ</u>

<u>1/ គូរ តារាង</u>

ថ្នាក់	អេហ្វេចទីហ្វ តាមថ្នាក់	អេហ្វេចទីហ្វ ដូរ តាមប្រវែងថ្នាក់ (ប្រវែងរួមតូច គឺ 1 ha)	អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម	ហ្វ្រេកង់ រ៉ឺឡាទីវ
តិចជាង 1 ha	27	27 : 1 = 27	27	27/148 =0,18
1 ទៅ 2 ha	35	35 : (2 -1) = 35	27 + 35= 62	35/148=0,24
2 ទៅ 3 ha	29	29 : (3 – 2) = 29	62+ 29 =91	29/148 = 0,2
3 ទៅ 5 ha	54	54 : (5 – 3) = 27	91 + 27 = 118	27/148 = 0,18
5 ទៅ 10 ha	105	105 : (10 – 5) = 21	118 +21 = 139	21/ 148 = 0,14

10 ទៅ 20 ha 20 ទៅ 40 ha	70 40	70 : (20 – 10) = 7 40 : (40 – 20) = 2	139 + 7 = 146 146 + 2 = 148	7 / 148 = 0,05 2 / 148 = 0,01

ដើម្បី ធ្វើ លំហាត់នេះ យើងប្រើ មេរៀននៅ ជំពូក (III-§3) ស្តីពី ហីស្តូក្រាម នៅពេល ដែល ថ្នាក់ នីមួយៗ មិនមានប្រវែងស្មើគ្នា ។ នៅពេលនោះគេ រកប្រវែង តូចមួយ d ដែល ចែកដាច់ នឹង ប្រវែងទាំងអស់នៃថ្នាក់ ។ ឧបមាដូចជា

ថ្នាក់ទី១ មានប្រវែង 2 ; ថ្នាក់ទី២ មានប្រវែង 6 ; និងថ្នាក់ទី៣ មានប្រវែង 10

នោះយើងយក d = 2 ។ ពីព្រោះ 2 ចែកដាច់ នឹង 2 , 6 , 10 ។

ចំពោះការគូរ ហីស្តូក្រាម ដែលគេប្រើនៅពេលអថេរជាប់ គឺគេដំណាង អេហ្វេចទីហ្វ ដោយ ក្រឡាផ្ទៃរបស់ រូបបួនជ្រុងទ្រវែង ដែលមាន ទទឹង ស្មើនឹងប្រវែងនៃថ្នាក់ ហើយ បណ្តោយស្មើនឹង អេហ្វេចទីហ្វនៃថ្នាក់។ ហើយដើម្បីឲ្យ ក្រឡាផ្ទៃនេះ ជាតំណាងពិតនៃ អេហ្វេចទីហ្វ នោះទាល់តែក្រឡាផ្ទៃនៅដដែល នៅពេលដែល ទទឹង ឬ បណ្តោយ ដូរ តម្លៃ។ ជាពិសេស [កាលណា ទទឹង ឬ ប្រវែងនៃថ្នាក់] ដូរតម្លៃ នោះ [បណ្តោយ ឬ អេហ្វិចទីហ្វ] ក៏ត្រូវតែដូរតម្លៃដែរ ពីព្រោះបើមិនដូច្នោះទេក្រឡាផ្ទៃមុខជាដូរហើយ ដោយ ហេតុមកពី [ក្រឡាផ្ទៃ = ទទឹង × បណ្តោយ]។ ហើយ អេហ្វេចទីហ្វថ្មីដែលដូរតម្លៃនេះ គេហៅថា អេហ្វេចទីហ្វ រឺឡាទីវ (effectifs relatives) (មើលតារាង នៃចម្លើយ 1/)។

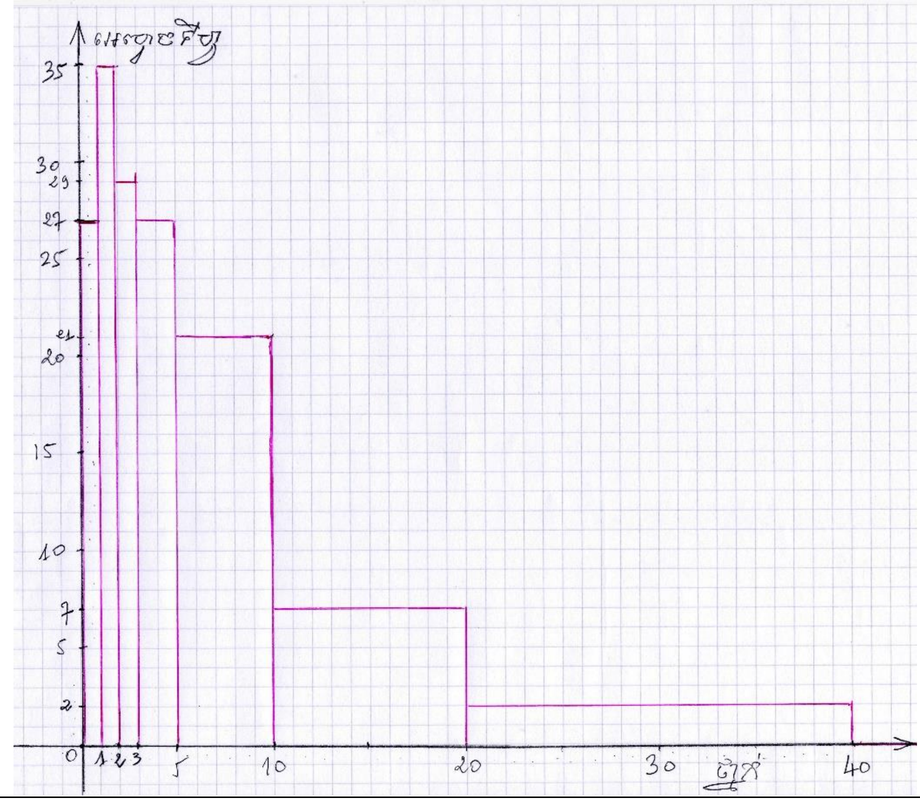
<u>សង្កេត</u>

ចំពោះ តារាងខាងលើ d = 1 ពីព្រោះ ថ្នាក់ [0 , 1[; [1 , 2[; [2 , 3[មានប្រវែង 1 ha

ដូចគ្នា ។ ដូច្នេះ ចំពោះថ្នាក់ [3 , 5[ដែលមានប្រវែង 2 ha ហើយមាន អេហ្វិចទីហ្វ 54 នោះ ដល់យើងរក អេហ្វេចទីហ្វ រីឡាទីវ នៃថ្នាក់នេះ យើងយក 54 ចែកនឹង 2 (ពីព្រោះ ថ្នាក់នេះ មានប្រវែង 2 ha) នោះ 54/2 = 27 ។ យើងអាចបកស្រាយ 27 ជា អេហ្វេចទីហ្វ នៃថ្នាក់ ដែលមានប្រវែង 1 ha ដូចថ្នាក់ [0 1[ឬ [1 , 2[ឬ [2 , 3[ដែរ ។ ដូច្នេះ ក្នុង ការ រក អេហ្វេចទីហ្វ រីឡាទីហ្វនេះ គឺដើម្បី បង្វែរ ករណី ថ្នាក់មានប្រវែងខុសគ្នា ឲ្យមកជា ករណី ធម្មតាដែលថ្នាក់ទាំងអស់ មាន ប្រវែង ស្មើគ្នាវិញ។

2/ គូរក្រាប ហីស្តូក្រាម ដែល ចែកអាជីវកម្មទៅតាម ក្រឡាផ្ទៃ

	អថេរជាប់ - ហីស្តូក្រាម នៃថ្នាក់ ដែលមានប្រវែង ខុសគ្នា



3/ ដោយប្រើ លទ្ធផល បានមកពី សំណួរ ទី 1/ ចូរឲ្យផ្នែក ភាគរយ (%)នៃ អាជីវកម្ម...

a/ តិចជាង 3 ha

ដោយមើលតាមតារាង ចម្លើយ 1/ ថ្នាក់តិចជាង 3 ha មាន ហ្វេកង់ទាំងអស់ ៖

0,18 + 0,24 + 0,2 = 0,62 ។ ដូច្នេះ ចំពោះភូមិភាគនេះ អ្នកធ្វើអាជីវកម្ម ដែលមាន

ដី តិចជាង 3 ha មាន 62 % ។

b/ ធំជាង 10 ha ឬ ស្មើ

ដោយមើលតាមតារាង ចម្លើយ 1/ ថ្នាក់ ស្មើ ឬ លើសពី 10 ha មាន ហ្វេកង់ទាំងអស់ ៖

0,05 + 0,01 = 0,06។ ដូច្នេះ ចំពោះភូមិភាគនេះ អ្នកធ្វើអាជីវកម្ម ដែលមាន ដី ស្មើ ឬ លើសពី 10 ha មាន 6 % ។

លំហាត់ទី ៦

នៅក្នុង សហគ្រាសមួយ មនុស្សដែលគេយកធ្វើការ ត្រូវមានអាយុយ៉ាងតិចបំផុយ ១៨ ឆ្នាំ ហើយអាយុធ្វើការច្រើនបំផុត ៦០ ឆ្នាំ ។

តារាងខាងក្រោមនេះ ឲ្យ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនៃ បុគ្គលិករបស់ សហគ្រាសនោះទៅតាម ចំនួនឆ្នាំដែលបានធ្វើការនៅទីនោះ។

*

*

អតីតភាព នៅក្នុង សហគ្រាស	ពី 0 ទៅ 5 ឆ្នាំ	ពី 5 ទៅ 10 ឆ្នាំ	ពី 10 ទៅ 15 ឆ្នាំ	ពី 15 ទៅ 20 ឆ្នាំ	ពី 20 ទៅ 25 ឆ្នាំ	ពី 25 ទៅ 30 ឆ្នាំ	ពី 30 ទៅ 35 ឆ្នាំ	ពី 35 ទៅ 42 ឆ្នាំ
ចំនួន បុគ្គលិក	12	18	20	22	24	15	10	7

1/ គូរ ហីស្តូក្រាម នៃ អេហ្វេចទីហ្វ

2/ គូរ ក្រាប នៃអនុគមន៍ បន្ថែម

3 / ដោយប្រើក្រាប 2/នេះ ចូររក ៖

a) ចំនួនឆ្នាំដែលតិចជាងគេ នៃ បុគ្គលិក ទី 30

b) ចំនួនឆ្នាំដែល ច្រើនជាងគេ នៃ បុគ្គលិក ទី 70

c) បុគ្គលិកទី ប៉ុន្មាន ដែលមានមាន អតីតភាព 15 ឆ្នាំ ?

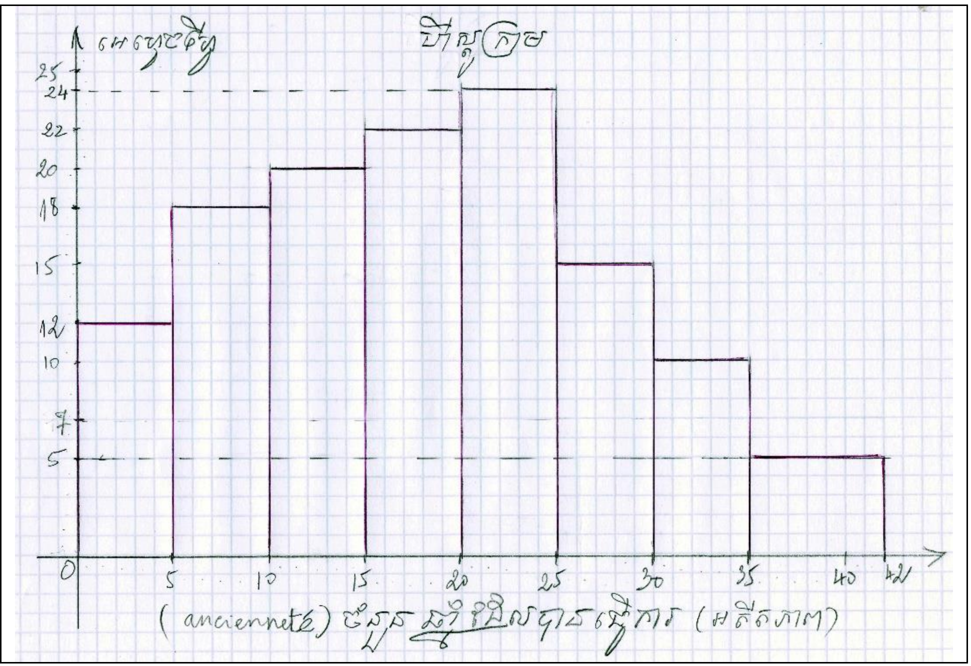
d) ចំនួន បុគ្គលិក ដែលមាន អតីតភាព នៅក្នុងចន្លោះ 10 និង 25 ឆ្នាំ ។

ចម្លើយ

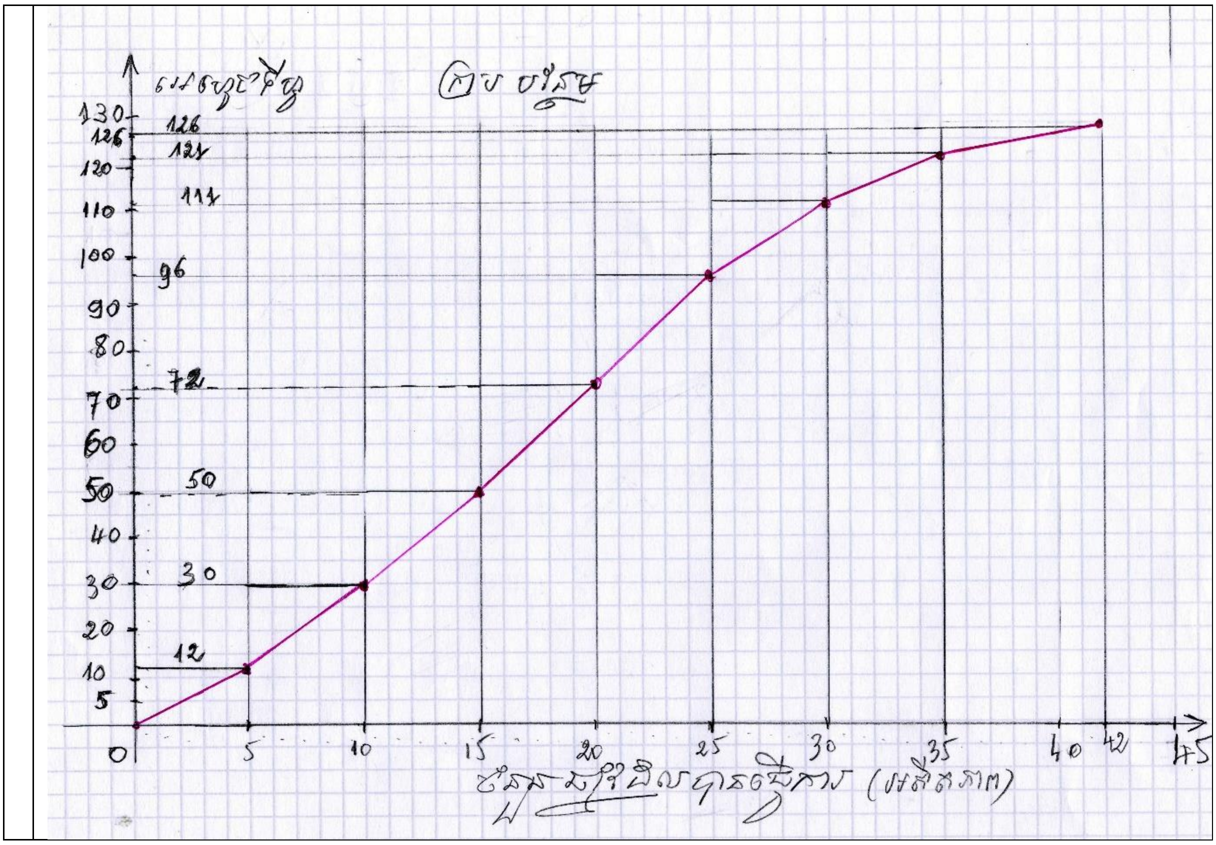
លំហាត់នេះ ស្តីពី អថេរ ជាប់ ។ ដូច្នេះ មាន ហីស្តូក្រាម និង ថ្នាក់។ តាមតារាងខាងលើ ថ្នាក់ទាំងអស់ ក្រៅពីថ្នាក់ ចុងគេ គឺ [35 , 42[នោះសុទ្ធតែមានប្រវែង 5 ឆ្នាំទាំងអស់ ហើយ មានតែ ថ្នាក់ [35 , 42[ដែលមានប្រវែង 42 – 35 = 7 ឆ្នាំ ។ ដូច្នេះ ក្នុងការគូរ ហីស្តូក្រាម យើងត្រូវ រក អេហ្វេចទីហ្វ នៃថ្នាក់ [35 , 42[ដែលមានប្រវែង 7 ឆ្នាំនេះ មក ជាថ្នាក់ដែលមាន ប្រវែង 5 ឆ្នាំវិញ ដើម្បី ឲ្យថ្នាក់ទាំងអស់ មានប្រវែង ស្មើគ្នា ។

ថ្នាក់នៃ អតីតភាព	អេហ្វេចទីហ្វ	អេហ្វេចទីហ្វ រឺឡាទីវ	អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម
0 ទៅ 5	12	12	12
5 ទៅ 10	18	18	12+18 =30
10 ទៅ 15	20	20	30 + 20 = 50
15 ទៅ 20	22	22	50 + 22 = 72
20 ទៅ 25	24	24	72 + 24 = 96
25 ទៅ 30	15	15	96 + 15 = 111
30 ទៅ 35	10	10	111 + 10 = 121
35 ទៅ 42	7	$7 \times \frac{5}{7} = 5$	121 + 5 = 126

1/ គូរ ហីស្តូក្រាម

2/ គូរ ក្រាបនៃ អនុគមន៍ រេប៉ាទីស្យុង



3 / យើងដឹងថា ថ្នាក់នីមួយៗ សុទ្ធតែ បិទខាងឆ្វេង និង បើកខាងស្តាំ ។ ដូច្នេះដើម្បីនឹង ឆ្លើយ ទៅសំណួរតទៅនេះ យើងគ្រាន់តែមើលក្រាបខាងលើ ៖

a) ចំនួនឆ្នាំដែលតិចជាងគេ នៃ បុគ្គលិក ទី 30

ដោយ បុគ្គលិកទី 30 ត្រូវនឹងចន្លោះ [10 , 15[ដូច្នេះ ចំនួនឆ្នាំដែលតិចជាងគេ គឺ 10 ។

b) ចំនួនឆ្នាំដែល ច្រើនជាងគេ នៃ បុគ្គលិក ទី 70

ដោយ 70 នៅក្នុងចន្លោះ [50 , 72[ដែលផ្ទួនឹងថ្នាក់ [15 , 20 [នោះបុគ្គលិក ទី 70 មាន អតីតភាពច្រើនបំផុត 19 ឆ្នាំ ។

c) បុគ្គលិកទី ប៉ុន្មាន ដែលមានមាន អតីតភាព 15 ឆ្នាំ ? គឺ បុគ្គលិកទី 50 ។

d) ចំនួន បុគ្គលិក ដែលមាន អតីតភាព នៅក្នុងចន្លោះ 10 និង 25 ឆ្នាំ ៖

ដោយចន្លោះ ថ្នាក់ [10 , 25[ត្រូវនឹង ចន្លោះ អេហ្វចទីហ្វ [30 , 96[ដូច្នេះ

ចំនួន បុគ្គលិក ដែលមានអតីតភាព ពី 10 ឆ្នាំទៅ 25ឆ្នាំ មាន 96 - 30 = 66 នាក់ ។

==================== ចប់ ជំពូក ទី ៣ =================

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

ជំពូកទី ៤ (Chapitre-IV)

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង មាន មួយអថេរ ៖ ចរិតលក្ខណៈនៃទីតាំង - Distribution à une variable : caractéristi-ques de position.

-នៅជំពូកនេះ យើងពិពណ៌នាតែ អំពីប្រជាជនដែលមាន ចរិតតែមួយ គឺចរិតបរិមាណ (un seul caractère quantitatif) ឬ អថេរតែមួយ ។

បើ X ជានិមិត្តរូប នៃ អថេរដែលយើងធ្វើការសង្កេត ហើយបើ ម៉ូដាលីតេ (ឬ ថ្នាក់) ដែលគេទទួលយក មាន ចំនួន k [k ជា តម្លៃ បើ អថេរដាច់ (variable discrète) ឬ k ជា ចំនួន ថ្នាក់ បើសិនជា អថេរជាប់ (variable continue)] ។

យើងបានឃើញហើយនៅជំពូកទី ២ ថា ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងនោះ អាចសង្ខេប ដោយ តារាង តទៅនេះ ដែលនៅក្នុងនោះ $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_k$ តាងនូវ តម្លៃ នៃ អថេរ បើសិនជា អថេរដាច់ ឬ ផ្ចិត នៃថ្នាក់បើសិនជា អថេរជាប់ ។

ចរិត បរិមាណ X	x_1	x_2	…………………	x_i		x_k	
អេហ្វេចទីហ្វ	n_1	n_2	…………………	n_i		n_k	បូករួម : n

ចំណោទនៅពេលនេះ គឺការសាកល្បងសង្ខេប ឱសទ្រីប៊ុយស្យុងនេះ ដោយតម្លៃពិសេសខ្លះ ហៅថា ចរិតលក្ខណៈទីតាំង (caractéristiques de position) នេះ**ដើម្បី នឹងអាច ប្រៀបធៀបគ្នា កាលណាមាន ឱសទ្រីប៊ុយស្យុង ច្រើន។**

ដូច្នេះ គំនិតមួយជាដំបូង គឺ **តម្លៃមធ្យម** (la moyenne) ។

តែយើងត្រូវ យល់យ៉ាងដូចម្ដេច បើគេនិយាយថា៖

1/ ប្រាក់ថ្លៃមធ្យម កំដៅមធ្យម ពិន្ទុមធ្យមនៃសិស្សណាមួយ

2/ លេខស្បែកជើងមធ្យម ដែលលក់ក្នុងមួយឆ្នាំ ចំពោះ ហាងណាមួយ

3/ ពេលគេចុះឈ្មោះ តើគេឲ្យ រិភាគទានប៉ុន្មានជា មធ្យម ។

-**ចំពោះ** ឧទាហរណ៍ទី១ យើង ច្រើនធ្លាប់ប្រើ សញ្ញាណ **មធ្យមលេខគណិត** (moyenne arithmétique) ឬ **មធ្យមតុល្យភាព** (moyenne pondérée) ។

- ចំពោះ ឧទាហរណ៍ទី២ គឺគេចង់ដឹងថាតើ ស្បែកជើងទម្រង់បែបណា ដែលគេលក់ដាច់ជាងគេ នៅក្នុងហាងនេះ ។ នេះក៏នាំឲ្យយើង កំណត់នូវ ចរិតលក្ខណៈទីតាំង នៃឱសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ មួយទៀត **គឺ ម៉ូត (mode)**។

-ចំពោះ ឧទាហរណ៍ទី៣ គឺនាំមកនូវសញ្ញាណ ៖ **ម៉េដ្យាន (médiane)** គឺ ចំកណ្ដាល៖

បើមនុស្សមកចុះឈ្មោះ មាន 200នាក់ តម្លៃមធ្យម ដែលយើងចង់ដឹង

គឺ មាន 100 នាក់ ចូលលុយ ច្រើនជាង តម្លៃមធ្យមនោះ ហើយ 100នាក់ផ្សេងទៀត ចូលលុយ តិចជាង តម្លៃមធ្យមនោះ ។

IV-1. ម៉ូត (ត្រួតគេ ឬ គ្របសង្កត់គេ) [LE MODE (OU LA DOMINANTE)]

1/ឧទាហរណ៍

គេវាស់កំពស់ (cm) នៃសិស្ស 30នាក់ នៅក្នុងថ្នាក់មួយ ហើយគេបានតារាង អេហ្វេចទីហ្វ ខាងក្រោមនេះ ៖

កំពស់	អេហ្វេចទីហ្វ	កំពស់	អេហ្វេចទីហ្វ
150	2	165	4
161	3	166	6
162	5	167	5
163	3	168	0
164	0	169	2

ដោយ មើល តារាងនេះ គឺ កំពស់ 166 cm ដែល មាន ហ្វ្រេកង់ នៃការវាស់កំពស់នេះ ច្រើនជាងគេ (6 ដង) ។ គេថាកំពស់នេះ គ្របសង្កត់ឪសទ្រីប៉ុយស្យុង ឬ ក៏ថា ម៉ូត (របស់ដែលគេនិយមច្រើន) ។

2/និយមន័យ

ម៉ូត គឺ តម្លៃនៃ អថេរ ដែលមាន អេហ្វេចទីហ្វធំជាងគេ (ឬ ហ្វេកង់ ធំជាងគេ)។

រូបនិមិត្តវាគឺ M_0 ។ ចំពោះ ឧទាហរណ៍នេះ ៖ $M_0 = 166$ ។

ម៉ូត មានន័យ ងាយយល់ ហើយ មើលឃើញដោយភ្នែក។ ដូចនៅក្នុងហាងលក់ស្បែកជើង ចំពោះមនុស្សប្រុស គឺ លេខខ្នាត 42 (pointure 42) ដែល អតិថិជន ឬ ភ្ញៀវច្រើនរក ។

3/ការ រកនូវ ម៉ូត

ដើម្បីម៉ូត មានប្រយោជន៍ នោះទាល់តែ អេហ្វេចទីហ្វ មានចំនួនច្រើនដែរ ។

-នៅករណី **ចរិតដាច់** (un caractère discret) ការរកនេះ គឺ បានភ្លាម (ដូចនៅ ឧទាហរណ៍ ខាងលើនេះស្រាប)។

-កាលណា ទិន្នន័យ ប្រមូលជាថ្នាក់ ដែលមានវិសាលភាពស្មើគ្នា នោះម៉ូតគឺ តម្លៃ នៃថ្នាក់ដែលមាន អេហ្វេចទីហ្វ ច្រើនជាងគេ (**ថ្នាក់ ម៉ូដាល** ឬ ថ្នាក់ត្រួតគេ)(classe modale ou classe dominante)។

-ជាចុងក្រោយ នៅករណី **ចរិតជាប់** (un caractère continu) គេច្រើនចូលចិត្តយក ម៉ូត គឺ ផ្ចិតនៃ ថ្នាក់ម៉ូដាល ។

សង្កេត

1/ ចូរចាំថា ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងមួយ អាច មាន ម៉ូត ច្រើន (ពីព្រោះ អេហាកវិចទីហ្វ អាច ស្មើគ្នា ចំពោះថ្នាក់ខុសគ្នា) ។

2/ នៅលើ ដ្យាក្រាម ដំបង ឬ ហីស្តូក្រាម (ជំពូកទី៣) ម៉ូត លេចឡើងដោយច្បាស់ (អរ ដោនេ អតិបរមា ដូចមនុស្សខ្ពស់ ក្នុងចំណោមមនុស្សទាប នោះលេចជាងគេ)។

3/ ម៉ូត ជា ចរិតលក្ខណៈងាយរកមែន ។ តែ តម្លៃនេះ ក៏មានទំនាស់ត្រង់វាជាប់ទាក់ទង ខ្លាំងនឹងការផ្លាស់ប្តូរតែបន្តិចនៃការ សង្កេត។ ឧបមានៅឧទាហរណ៍ខាងលើ គ្រាន់តែមាន កំពស់មួយ ផ្លូវពី 166 មក 167 នោះ ម៉ូត ទៅជា 167 វិញ (គឺ មិនមែន 166 ឡើយ) ។

IV-2. ម៉េដ្យាន (នៅចំកណ្ដាល) (LA MEDIANE)

1/ឧទាហរណ៍

ឧបមា ឪសទ្រីប៊ុយស្យុង នៃ អាយុ (រាប់ជាឆ្នាំដែលបានកន្លងរួចទៅហើយ) នៃ មនុស្ស 9 នាក់ ៖

35 34 37 40 37 33 28 36 39

យើង តម្រៀប អាយុ ពី តិចទៅ ច្រើន ឬ ក៏ថា តាមលំដាប់ អាយុ មិនចុះ (ពីព្រោះថា ជួនកាល មានអាយុស្មើគ្នាដែរ) ។ នោះគេថា ឪសទ្រីប៊ុយស្យុងនេះ មានតម្លៃរៀបតាមលំដាប់ មិនចុះ (la distribution est dite ordonnée par valeur non décroissante) ។

28 33 34 35 36 (M_e) 37 37 39 40

ចំនួន 36 គឺ មាន បួនតម្លៃ នៅមុខវា ហើយមានបួនតម្លៃ នៅក្រោយវា ។

2/ និយមន័យ

ម៉េដ្យាន របស់ឪសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ មានមួយអថេរ គឺ តម្លៃនៃអថេរនោះ ដែលកាលណាគេរៀបតាមតម្លៃមិនចុះ នោះចំនួនការសង្កេត ខាងមុខ និងខាងក្រោយ ម៉េដ្យាន ស្មើគ្នា។

រូបនិមិត្តវាគឺ $\boldsymbol{M_e}$ ។

ចំពោះ ឧទាហរណ៍ ខាងលើ M_e = 36 ។

ចូរសង្កេតថា នៅក្នុងឧទាហរណ៍នោះ គេធ្វើការសង្កេតរៀងៗខ្លួន ហើយ អេហ្វេចទីហ្វ ទាំងអស់ (ចំនួន ឯកតាស្ថិតិនៃការសង្កេត) ជា ចំនួន សេស (nombre impair)។

3/ការ រកនូវ ម៉េដ្យាន

-ករណី ទី១ ៖ ការសង្កេត រៀងៗខ្លួន (les observations sont connues individuellement)

គេគ្រាន់តែធ្វើ ដូចឧទាហរណ៍ 1/ កាលណា អេហ្វេចទីហ្វ n ជាចំនួនសេស ហើយ តម្រូវ និយមន័យ ក្នុងករណី n ជាចំនួន គត់គូ ។

គេឲ្យ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងរៀបតាមលំដាប់ សន្ទស្សន៍ (indice) បង្ហាញខ្ទង់ជួរនៃការសង្កេត

$$x_1 \leq x_2 \leq \cdots \ldots \ldots . \leq x_i \leq \ldots \ldots . . \leq x_{n-1} \leq x_n$$

នៅពេលនោះ ៖

1°/ បើ n ជាចំនួន សេស = 2p + 1

$$x_1 \leq x_2 \leq \cdots \ldots \ldots . \leq x_p \leq \quad x_{p+1} \quad \leq x_{p+2} \leq \ldots \ldots \ldots \ldots . \leq x_{p+(p+1)}$$

⟶ p សង្កេត ⟵ ម៉េដ្យាន ⟶ p សង្កេត ⟵

M_e

2°/ បើ n ជាចំនួន គត់គូ = 2p

$$x_1 \leq x_2 \leq \cdots \ldots \ldots . \leq x_p \quad \leq \quad x_{p+1} \leq x_{p+2} \leq \ldots \ldots x_{p+(p+1)}$$

⟶ p សង្កេត ⟵ ចន្លោះ ⟶ p សង្កេត ⟵

ម៉េដ្យាន

ជាទូទៅ ដោយ ម៉េដ្យាន នៅក្នុងចន្លោះ [x_p , x_{p+1}] នោះគេយក ផ្ចិត នៃចន្លោះ ជា

ម៉េដ្យាន គឺ $M_e = \frac{1}{2}(x_p + x_{p+1})$ ។

-ករណី ទី២ ៖ គេឲ្យ ការសង្កេត ជា អេហ្វេចទីហ្វ (ឬ ជា ហ្វ្រេកង់) តាមថ្នាក់ ឬ តាម តម្លៃ (**les observations sont présentées sous forme d'effectifs (ou de fréquences) par classe , ou par valeur.**

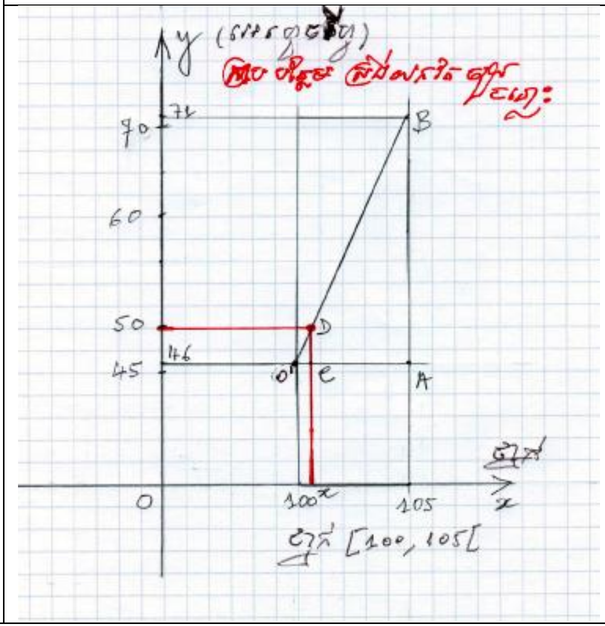
<u>ឧទាហរណ៍</u>

គេឲ្យ តារាងស្ថិតិ នៃចម្ងាយ រត់បាន (ជា ពាន់ km) នៃឡាន តាក់ស៊ី (les taxis) នៃក្រុមហ៊ុន មួយ ។ ចូរគណនា នូវ ម៉េដ្យាន នៃ ឪសទ្រីប៊ុយស្យុងនេះ ។

ម៉េដ្យាន គឺតម្លៃ នៃចម្ងាយរត់បាន ដែលត្រូវ នឹង អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម ៖ $\frac{100}{2}$ = 50 ។ ដោយហេតុថា $46 < 50 < 71$ នោះយើងអាចរកថ្នាក់ ដែល ម៉េដ្យាន M_e នៅក្នុងនោះ ៖ $100 < M_e < 105$ ។	ចម្ងាយ (ជា 1000km)	អេហ្វេចទីហ្វ	គណនា អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម
	[80 , 85[	5	5
	[85 , 90[	9	14
	[90 , 95[	14	28
	[95 , 100[	18	46
	[100 , 105[	25	71
	[105 , 110[	16	87
	[110 , 115[	7	94
	[115 , 120 [	6	100

យើងអាច បញ្ជាក់ លទ្ធផលនេះ ដោយ គណនា តាម សមាមាត្រ (proportionnel)

$100 < M_e < 105 \quad \rightarrow \quad 46 < 50 < 71$ (1)

យើងឃើញហើយ ថា មេដ្យាន ចែកអេហ្វេចទីហ្វ ទាំងមូលជា 2 ស្មើគ្នាៗដូច្នេះ ចំពោះ អនុគមន៍ បន្ថែម ដែលឲ្យ អេហ្វេចទីហ្វទាំងមូល នោះមេដ្យាន ជាអាប់ស៊ីស x ដែល ឲ្យ អរដោនេ ស្មើនឹងពាក់កណ្ដាល អេហ្វេចទីហ្វ គឺ N(x) = 50 (N ជាអនុគមន៍ បន្ថែម)ៗ ដោយមើលក្រាប ចំពោះត្រីកោណ O′AB ,បន្ទាត់ AB // CD => $\frac{CD}{AB} = \frac{O'C}{O'A}$	ក្រាបនៃ អនុគមន៍ បន្ថែម (គូរតែ មួយថ្នាក់) 

$\frac{CD}{AB} = \frac{O'C}{O'A}$ => $\frac{50-46}{71-46} = \frac{x-100}{105-100}$ => $\frac{4}{25} = \frac{x-100}{5}$ => $x - 100 = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$ = 0,8

ដូច្នេះ $x = 100 + 0{,}8 = 100{,}8$ => M_e = 100,8 ។

លទ្ធផលនេះ អាចរកបានដោយស្រួល កាលណាយើងគិតតាម សមាមាត្រ គឺថា៖

ដោយ $100 < M_e < 105$ យើងគិត ថា ពី 100 ទៅ M_e វាកើន M_e – 100 (A1)

ហើយ ពី 100 ទៅ 105 វាកើន 105- 100 =5 (A2)

ដោយ $46 < 50 < 71$ យើងគិត ថា ពី 46 ទៅ 50 វាកើន 50 – 46 = 4 (B1)

ហើយ ពី 46 ទៅ 71 វាកើន 71 - 46 = 25 (B2)

បន្ទាប់មក យើង ផ្ទួ (A1) និង (B1) ហើយ (A2) និង (B2) ។ ដោយយើងចង់រក (A1) នោះយើងសរសេរ ៖

$25 \rightarrow 5$

ដូច្នេះ $1 \rightarrow \frac{5}{25}$

ចុះបើ $4 \rightarrow \frac{5}{25} \times 4 = \frac{20}{25} = 0,8$ ដូច្នេះ (A1) ត្រូវកើន 0,8 =>

$M_e - 100 = 0,8$ => $M_e = 100,8$ ។

សង្កេត

1/ ក្នុងនាមជា ចរិតលក្ខណ:ទីតាំង នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ម៉េដ្យានមានអត្ថប្រយោជន៍ ត្រូវកំណត់បានដោយមិនលំអៀង មានន័យស្រួលយល់ ហើយមិនពិបាកគណនា។ តែក៏មានផលអាក្រកដែរ គឺមិនជាប់ទាក់ទងនឹងគ្រប់ការសង្កេតទាំងអស់ទេ ។

ដូចជា នៅក្នុង ឧទាហរណ៍ទី១ យើងឃើញថា ម៉េដ្យាននៅដដែល កាលណាយើងជំនួស មនុស្សមានអាយុ 40 ឆ្នាំ ដោយមនុស្សមាន អាយុ 75 ឆ្នាំវិញ ។

2/ ម៉េដ្យាន អាចកំណត់បានដោយប្រើក្រាប នៃអនុគមន៍បន្ថែម (ដូចគំនូរខាងលើនេះស្រាប) ។

IV-3. មធ្យមលេខគណិត (LA MOYENNE ARITHMETIQUE)

1/ឧទាហរណ៍

កាលណា គេទិញវត្ថុដដែលៗ ច្រើនដង គេអាចចង់ដឹង នូវតម្លៃមធ្យម នៃវត្ថុដែលគេទិញនោះ ។ ឧបមា ដូចជា ថ្លៃទិញវត្ថុ លើកទី១ និងលើកទី២ គឺ 3,6 និង 3,8 ដូច្នេះ

តម្លៃមធ្យមគឺ $\frac{3,6+3,8}{2}$ = 3,7 ។

វត្ថុមួយទៀត ទិញ 3ដង មាន តម្លៃ ៖ 1,55 1,70 1,50 នោះ

តម្លៃមធ្យម = $\frac{1,55+1,70+1,50}{3} \cong$ 1,58 ។

2/ និយមន័យ

មធ្យមលេខគណិត នៃច្រើនតម្លៃ គឺ ផលចែក បានដោយយក ផលបូកនូវតម្លៃទាំងអស់ នោះ មកចែកនឹងចំនួន នៃតម្លៃ ។

តទៅនេះ ដូចកាសានិយាយដែរ យើងប្រើពាក្យ **មធ្យម** ជំនួស មធ្យមលេខគណិត។

ដូច្នេះ មធ្យម នៃ n តម្លៃ ៖

$$x_1\,,x_2\,,x_3,\dots\dots,x_i,\dots,x_n \qquad (1)$$

ដែលគេតាងដោយ $\bar{x}$ (មើលថា x គូសពីលើ) ឬ M គឺ ៖

$$\boldsymbol{M = \bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+\dots+x_i+\dots+x_n}{n}}$$

ដោយ x_i ជាតម្លៃ ណាមួយនៃ (1) ។ គេសរសេរឲ្យខ្លី ដោយ៖

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (2)$$

បើ តម្លៃនៃ សន្ទស្សន៍ i គេដឹងដោយមិនអាចច្រឡំ នោះគេសរសេរ $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$ ។

3/ គណនានូវ មធ្យម (CALCUL DE LA MOYENNE)

ករណីទី១ ៖ ការសង្កេតបានដោយ ម្នាក់ៗ (les observations sont connues individuellement).

ការអនុវត្តន៍ តាម រូបមន្ត (2) ឲ្យលទ្ធផលតែម្តង

ឧទាហរណ៍

គេសង្កេតកំពស់ កូនសិស្ស n = 6 ហើយបាន ដោយកាត់យក ប្រវែង cm ណាដែលជិត[19] ជាងគេ (en arrondissant au centimètre le plus proche) ៖

156   152   163   155 158   និង 154

ដោយប្រើ រូបមន្ត (2) យើងបាន ៖

$\bar{x} = \frac{1}{6}\sum x_i = \frac{1}{6} \times 938 \Rightarrow x = 156{,}3\ cm$

ករណីទី២ ៖ ការសង្កេត ដឹងដោយ អេហ្វេចទីហ្វ ឬ ហ្វ្រេកង់ តាមថ្នាក់ ឬ តាមតម្លៃ (les observations sont connues sous forme d'effectifs par classe ou par valeur).

ឧបមា ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ បង្រួញមកត្រឹមតារាង បង្ហាញនៅដើម ជំពូកនេះ៖

*

[19] គឺថា បើ កំពស់ 163,4 នោះគេយក 163 តែបើ កំពស់ 163,5 នោះគេយក 163 ឬ 164 ហើយបើ កំពស់ 163,6 នោះគេយក 164 ។

ចរិត បរិមាណ X	x_1	x_2	…………………	x_i		x_k	
អេហ្វេចទីហ្វ	n_1	n_2	…………………	n_i		n_k	ប្ញូករួម : n

-បើ អថេរដាច់ យើងដឹងហើយនូវ ជំពូកទី២ថា តារាងនេះ ផ្ទុ នឹង ទីសទ្រីប៊ុយស្យុង ៖

$\overleftrightarrow{x_1, x_1, \dots, x_1}$ $\overleftrightarrow{x_2, x_2, \dots, x_2}$ ……… $\overleftrightarrow{x_j, x_j, \dots, x_j}$ ………… $\overleftrightarrow{x_k, x_k, \dots, x_k}$

n_1 ឯកតា n_2 ឯកតា n_j ឯកតា n_k ឯកតា

-បើ អថេរដាប់ យើងដឹងហើយ តារាងនេះតាមការសន្មត ថាចំនួន n_i ជាតុ

នៃថ្នាក់ X_i យកតម្លៃដែល x_i ដែលជា ផ្ចិត នៃថ្នាក់នោះ ។

ក្នុងករណី ទាំងពីរនេះ **មធ្យមលេខគណិត** គឺ ៖

n_1 ឯកតា n_2 ឯកតា n_j ឯកតា n_k ឯកតា

$$\bar{x} = \frac{\overleftrightarrow{x_1 + x_1 + \cdots + x_1} + \overleftrightarrow{x_2 + x_2 + \cdots + x_2} + \cdots + \overleftrightarrow{x_j + x_j + \cdots + x_j} + \cdots + \overleftrightarrow{x_k + x_k + \cdots + x_k}}{n_1 + n_2 + \cdots + n_j + \cdots + n_k}$$

ដោយ $n_1 + n_2 + \cdots \dots + n_j + \cdots \dots + n_k = n$

ដូច្នេះ $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n}$

គឺ $$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i x_i \qquad (3)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i x_i \Rightarrow \bar{x} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{n} n_i x_i = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{n} x_i$$

ដោយប្រើ ហ្វ្រេកង់ $f_i = \frac{n_i}{n}$ នោះ $\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} f_i x_i$ (4)

ឧទាហរណ៍

1/ ករណី អថេរ ដាច់

តារាង ។ តទៅនេះ បង្ហាញនូវ ការគណនា។

គេបាន $\bar{x} = \frac{78}{35} = 2,2$

តារាង ។

ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង នៃសិស្ស 35 នាក់នៅក្នុងថ្នាក់មួយទៅតាមចំនួនបងប្អូន ប្រុស និង ស្រី		
ចំនួន x_i បងប្អូន	ចំនួន n_i នៃសិស្ស	$n_i x_i$
0	1	0
1	12	12
2	9	18
3	6	18
4	6	24
5	0	0
6	1	6
បូករួម	35	78

2/ ករណី អថេរ ជាប់

តារាង II

ឱសទ្រីប៊ុពី 50 ទៅតិចជាង 55 យស្សង់ នៃ 1526 កសិករ ទៅតាម ចំនួន ម៉ោងធ្វើការ ក្នុងមួយ អាទិត្យ			
ថ្នាក់ ទៅតាមចំនួនម៉ោងធ្វើការ ក្នុងមួយអាទិត្យ	អេហ្វេចទីហ្វ n_i	ផ្ចិតនៃថ្នាក់ x_i	ផលគុណ $n_i x_i$
តិចជាង 40 (ម៉ោង)	10	37	370
ពី 40 ទៅតិចជាង 45	87	42	3654
ពី 45 ទៅតិចជាង 50	473	47	22231
ពី 50 ទៅតិចជាង 55	457	52	23764
ពី 55 ទៅតិចជាង 60	111	57	6327
ពី 60 ទៅតិចជាង 65	304	62	18848
ពី 65 ទៅតិចជាង 70	54	67	3618
ពី 70 និងលើស......	30	72	2160
n =	1526		80972

តារាង II ខាងលើនេះ បង្ហាញរបៀបគណនា។ ចូរសង្កេតថា ផ្ចិតនៃថ្នាក់ ពី 45 ទៅតិចជាង 50 គេរើសយក 47។ ហើយចំពោះថ្នាក់ឯទៀតៗក៏ដូចគ្នាដែរ។ ហើយផ្ចិតចំពោះថ្នាក់នៅខាងចុង ទាំងពីរ គឺ 37 និង 72។ ដោយ លំក្ខខ័ណ្ឌនេះ $\bar{x} = \frac{80972}{1526} = 53{,}1$ (ម៉ោង) ។

4-សង្កេត

1/ មធ្យមលេខគណិត មានប្រភេទ និង ឯកតា ជាមួយគ្នានឹង អថេរ ។ គេថា វាមាន សភាព ដូចគ្នានឹងការសង្កេត ។ ជាពិសេស វាអាចស្មើ នឹង តម្លៃណាមួយនៃការសង្កេត ។
2/ មធ្យមលេខគណិត គឺជា ចរិតលក្ខណៈទីតាំង ដែលជាណាង់ខ្លាំងជាងគេ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ពីព្រោះ និយមន័យរបស់វា មិនទុកកន្លែងឲ្យអ្នក ស្ថិតិ បកស្រាយបានឡើយ ដោយ តម្លៃរបស់វា ជាប់ទាក់ទងទៅនឹង គ្រប់ការសង្កេតទាំងអស់។ គេអាច គណនាបាន ជានិច្ច ហើយ តម្លៃមានតែមួយគត់ ។
3/ តែបើយើងមិនមាន ម៉ាស៊ីនគិតលេខទេ នោះ ការគណនា $n_i x_i$ អាចជួបការលំបាក។

5- ការបកស្រាយ មធ្យមលេខគណិត ទៅតាម ធរណីមាត្រ (Interprétation géométrique de la moyenne arithmétique)

1°/ បកស្រាយតាម ចំណុច (Interprétation ponctuelle)

ឧបមា នៅលើ អ័ក្ស មួយគេ តាងដោយ $A_1, A_2, \dots, A_k$ ចំណុចដែលមាន អាប់ស៊ីស $x_1, x_2, \dots, x_k$។ គេ ភ្ជាប់ទៅនឹងចំណុចទាំងនោះ នូវមេគុណវិជ្ជមាន (des coefficients positifs) $n_1, n_2, \dots, n_k$ នោះ តាមធរណីមាត្រដែលបានរៀននៅវិទ្យាល័យ មធ្យមលេខគណិត $\bar{x}$ គឺ ជា អាប់ស៊ីស នៃបារីសង់ (barycentre) G នៃប្រព័ន្ធនៃចំណុច $A_1(n_1), A_2(n_2), \dots\dots, A_k(n_k)$ ។

2°/ បកស្រាយតាម វ៉ិចទ័រ (Interprétation vectorielle)

នៅ ជំពូកទី២ - §4 ដោយតារាង ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ខាងក្រោមនេះ ៖

អថេរ X ………………..	x_1	x_2	………	x_i	………	x_k	
អេហ្វេចទីហ្វ …………..	n_1	n_2		n_i		n_k	បូករួម : n

យើងបាន វ៉ិចទ័រ $\vec{V}$ ដែលមាន n កុមប៉ូសង់ ដោយ $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_i + \cdots . + n_k$

$\vec{V} = (x_1, x_1, \ldots, x_1, x_2, x_2, \ldots, x_2, \ldots\ldots, x_i, x_i \ldots , x_i, \ldots\ldots, x_k, x_k, \ldots\ldots, x_k)$ ដែលយើងហៅថា វ៉ិចទ័រឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ។

យើងចោទជាសំណួរថា តើ វ៉ិចទ័រ $\vec{T}$ ដែលមាន n កុមប៉ូសង់ស្មើគ្នា $\vec{T}\,(t, t, \ldots\ldots, t)$ របៀបណា ដែលជិតទៅនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{V}$ ជាងគេ ?

តាមដែលយើងបានរៀនមក ចម្ងាយរវាង ពីរវ៉ិចទ័រ គឺ យើងយកប្រវែងនៃ វ៉ិចទ័រ $\vec{V} - \vec{T}$ ។

តទៅនេះគ្រាន់តែរំលឹក រូបមន្តខ្លះ ចំពោះវ៉ិចទ័រ ក្នុងតម្រុយ Oxy ៖

យើងដឹងថា នៅក្នុង តម្រុយ Oxy, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$:

ហើយបើ $\overrightarrow{OB} = (x_1, x_2)$ និង $\overrightarrow{OA} = (t_1, t_2)$ នោះ $\overrightarrow{AB} = (x_1 - t_1, x_2 - t_2)$

ហើយចម្ងាយ ៖ $\|\overrightarrow{AB}\|^2 = (x_1 - t_1)^2 + (x_2 - t_2)^2$ ។

ឥឡូវយើងត្រឡប់មករក ចម្ងាយ ចំពោះ n កុមប៉ូសង់

$\vec{V} = \overrightarrow{OB} = (x_1, x_1, \ldots, x_1, x_2, x_2, \ldots, x_2, \ldots\ldots, x_i, x_i \ldots , x_i, \ldots\ldots, x_k, x_k, \ldots\ldots, x_k)$

$\vec{T} = \overrightarrow{OA} = (t, t, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots., t, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. t)$

$d^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2 = (x_1 - t)^2 + \ldots.. + (x_1 - t)^2 + \ldots\ldots\ldots. + (x_k - t)^2 + \cdots \ldots + (x_k - t)^2$

$= (x_1{}^2 - 2x_1t + t^2) + \ldots + (x_1{}^2 - 2x_1t + t^2) + \ldots. + x_k{}^2 - 2x_kt + t^2) + \ldots + (x_k{}^2 - 2x_kt + t^2)$

$= \sum_{i=1}^{k} n_i x_i{}^2 - 2t \sum_{i=1}^{k} n_i x_i + (n_1 + n_2 + \cdots. + n_k) t^2$

$= nt^2 - 2t \sum_{i=1}^{k} n_i x_i + \sum_{i=1}^{k} n_i x_i{}^2$

$= n(t^2 - \frac{2t}{n} (\sum_{i=1}^{k} n_i x_i) + \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^{k} n_i x_i{}^2)] = n [t^2 - 2t [\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i) + \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^{k} n_i x_i{}^2]$

$d^2 = n[t^2 - 2\bar{x} t + C]$ (ដោយ $C = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^{k} n_i x_i{}^2)$ ហើយ $\bar{x}$ ជា មធ្យមលេខគណិត) ។

ដោយ n ជាចំនួន មិនប្រែប្រួល នោះ ចម្ងាយ d^2 តូច កាលណា $[t^2 - 2\bar{x} t + C]$ តូច ។

គឺថា អនុគមន៍ ដែលមានអថេរ t : $y = t^2 + 2\bar{x} t + C$ មានតម្លៃ អប្បបរមា

(minimum) ។

$y = t^2 - 2\bar{x} t + C$ => $y' = 2t - 2\bar{x}$ => $y' = 0$ បើ $t = \bar{x}$ ។

ដោយ មេគុណ នៃ t^2 ស្មើនឹង 1 ជាចំនួនវិជ្ជមាន ដូច្នេះ កាលណាដេរីវេ $y' = 0$

នោះ អនុគមន៍ យកតម្លៃ តូចបំផុត។ ដូច្នេះ $d^2 = n y$ ក៏តូចដែរ ។

ដូច្នេះ វ៉ិចទ័រ ដែលមាន n កុមប៉ូសង់ ស្មើនឹង មធ្យមលេខគណិតនៃ ឪសទ្រីប៊ុយស្យុង គឺ ជា វ៉ិចទ័រ ដែល ជិតនឹង វ៉ិចទ័រឪសទ្រីប៊ុយស្យុង ជាងគេ ។

$\vec{T} = (\bar{x}, \bar{x}, \ldots\ldots, \bar{x})$ (មាន n កុមប៉ូសង់) ជាវ៉ិចទ័រ ជិតនឹង $\vec{V}$ ជាងគេ ។

*

IV-4 មធ្យមតុល្យ (LA MOYENNE PONDÉRÉE)

1/ឧទាហរណ៍

ពិន្ទុមធ្យម ដែលគេបានស្រង់ នៅក្នុងតារាង ខាងក្រោមនេះ ៖

វិញ្ញាសា	ពិន្ទុ x_i	មេគុណ p_i	ផលគុណ $p_i x_i$
ទស្សនវិជ្ជា……………………..	8	3	24
គណិតសាស្ត្រ………………..	15	4	60
ប្រវត្តិសាស្ត្រ ឬ ភូមិសាស្ត្រ…	7	3	21
ភាសា ទី១…………………….	9	3	27
សេដ្ឋកិច្ច………………………..	14	5	70
ភាសា ទី២……………………..	5	2	10
ការហាត់ប្រាណ………………..	13	1	13
បូកសរុប		21	225

$\sum p_i x_i$ = 225

$\sum p_i$ = 21

ដូច្នេះ មធ្យម n នៃ ពិន្ទុតុល្យ គឺ ៖ $n = \frac{225}{21}$ = 10,7 ។

2/និយមន័យ

មធ្យម $\bar{x}$ នៃ ច្រើនតម្លៃ ដែល តុល្យដោយ មេគុណ p_i (ឬ ទម្ងន់នៃ n តម្លៃ x_i poids des n valeurs x_i) គឺស្មើនឹង ៖ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i}$ ។

================= ចប់ មេរៀននៃជំពូកទី ៤ ==========

IV-5 លំហាត់ មានចម្លើយ

សង្កេត

ជា ទូទៅ បើសិនជា មិនមានការបញ្ជាក់ក្នុងប្រធានបទ ថ្នាក់ស្ថិតិ គឺជា ចន្លោះ បិទខាងឆ្វេង និងបើកខាងស្តាំ ។

ដូចឧទាហរណ៍ ក្នុងការវាស់ ប្រវែង ជា សង់ទីម៉ែត្រ នៃទទឹងស្មា កូនក្មេង គេបាន ៖

ថ្នាក់ [24,70 , 25,40[មាន ចំនួនក្មេង 1 នាក់

ថ្នាក់ [25,40 , 26,10[មានចំនួនក្មេង 3 នាក់

នេះបានន័យថា ពី ចំនួន 24,70 ទៅរហូតដល់ចំនួន តិចជាង 25,40 នោះមានចំនួនកូនក្មេង តែមួយនាក់ ហើយក្មេងនោះ មិនមាន ទទឹងស្មា ស្មើនឹង 25,40 cm ទេ។ តែបើមានក្មេងដែលមានទទឹងស្មា ស្មើនឹង 25,40 cm ក្មេងនោះត្រូវនៅក្នុង

ថ្នាក់ [25,40 , 26,10[នេះវិញ ។

លំហាត់ទី១

គេ វាស់ ទទឹងស្មា នៃកូនក្មេង នៅក្នុងក្រុមមួយដែល មាន ក្មេង 117 នាក់មានអាយុ ស្មើគ្នាៗ វង្វាស់ជា សង់ទីម៉ែត្រ (cm) គេឲ្យក្នុងតារាងខាងក្រោមនេះ ៖

*

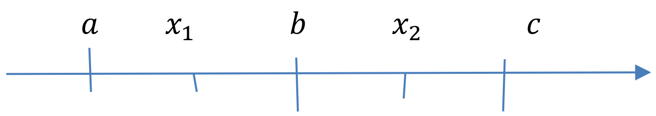
ចន្លោះ	24,7	25,4	26,1	26,8	27,5	28,2	28,9	
ចំនួនក្មេង	1	3	8	11	18	20		
ចន្លោះ	28,9	29,6	30,3	31	31,7	32,4	33,1	33,8
ចំនួនក្មេង	21	12	12	8	2	0	1	

ដោយយក ក្នុងចន្លោះនីមួយៗ តម្លៃមធ្យម ជាតម្លៃដំណាង ចូររកប្រវែង មធ្យម នៃស្មា ហើយនិង ម៉េដ្យាន នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ។

ចម្លើយ

ដើម្បី ប្រើរូបមន្ត $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i}$

យើងត្រូវរក ផ្ចិត x_i នៃថ្នាក់ (ឬ ចន្លោះ) ទាំងអស់ ដូចជា ចំពោះចន្លោះ [24,7 , 25,40[យើងបាន $x_1 = \frac{24,7+25,40}{2} = 25,05$ ។ ដោយ វិសាលភាពនៃថ្នាក់ [24,7 , 25,40[គឺ 25,40 – 24,7 = 0,70។ ហើយថ្នាក់ទាំងអស់ សុទ្ធតែមាន ប្រវែងដូចគ្នា គឺ 0,70 cm ដូច្នេះ ចំពោះផ្ចិតនៃថ្នាក់ យើងអាចសរសេរ $x_{i+1} = x_i + 0,70$ ។ ពីព្រោះ ៖



$[a\,,\ b]\ = [b\,,c]\ = d$ (ប្រវែងនៃ ចន្លោះ (a , b) និង (b , c)) ហើយ x_1 នៅកណ្ដាល (a , b) និង x_2 នោះកណ្ដាល (b , c) ដូច្នេះ $[\,x_1\,,x_2]$ ក៏មានប្រវែងស្មើនឹង d ដែរ ។

$x_2 = x_1 +\ 0{,}70\ = 25{,}05 + 0{,}70 = 25{,}75$ ជាដើម ។ ដោយប្រើរបៀបនេះ យើងបាន

តារាង ខាងក្រោមនេះ ៖

*

*

*

*

*

ចន្លោះ	24,7		25,4		26,1		26,8		27,5		28,2		28,9		
ផ្ចិត (x_i)		25,05		25,75		26,45		27,15		27,85		28,55			
ចំនួនក្មេង (p_i)		1		3		8		11		18		20			
ចន្លោះ	28,9		29,6		30,3		31		31,7		32,4		33,1		33,8
ផ្ចិត (x_i)		29,25		29,95		30,65		31,35		32,05		32,75		33,45	
ចំនួនក្មេង(p_i)		21		12		12		8		2		0		1	

ដូច្នេះ

$\bar{x} = \frac{1}{117}$ [(25,05).1+(25,75).3 + (26,45).8 + (27,15).11+ (27,85).18 + (28,55).20 + (29,25).21 + (29,95).12 +(30,65).12 +(31,35).8 + (32,05).2 +(32,75).0+(33,45).1] = $\frac{3373,65}{117}$ = 28,84 ។

$$M = 28,84 \text{ ។}$$

<u>រកម៉េដ្យាន</u> ៖ ដើម្បី រក ម៉េដ្យាន យើង រក អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម ៖

ចន្លោះ……………..	24,7		25,4		26,1		26,8		27,5		28,2		28,9
ចំនួនក្មេង………..		1		3		8		11		18		20	
ចំនួន ក្មេងបន្ថែម..		1		4		12		23		41		61	

ចន្លោះ ……………..	28,9		29,6		30,3		31		31,7		32,4		33,1		33,8
ចំនួនក្មេង………..		21		12		12		8		2		0		1	
ចំនួន ក្មេងបន្ថែម..		82		94		106		114		116		116		117	

ដោយ តារាងខាងលើនេះ យើងឃើញថា ចំនួនក្មេងទាំងអស់ 117នាក់ ហើយដើម្បីរក ម៉េដ្យាន យើងត្រូវរក តម្លៃនៅក្នុងថ្នាក់ណា ដែលផ្ទួនឹង ពាក់កណ្តាល ចំនួនក្មេងទាំងអស់ គឺ $\frac{117}{2}$ = 58,50 ដែលយើងយក 59 នាក់ (ពីព្រោះជា ចំនួន មនុស្ស) ។ ដោយតារាងនេះដែរ យើងឃើញថា 59 នៅក្នុងថ្នាក់ [28,2 , 28,9[ដែលនៅក្នុងថ្នាក់នោះ មាន ចំនួនក្មេង 20នាក់ ហើយ មានចំនួនបន្ថែម ពី 41 ទៅតិចជាង 61 ។

មើល រូបភាព ខាងក្រោម ដែល ដកស្រង់ ចេញពីក្រាប នៃអនុគមន៍បន្ថែម ដោយ យកតែថ្នាក់ [28,2 , 28,9[៖

$tg(\alpha) = \frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'}$

$= \frac{61-41}{28{,}9-28{,}2} = \frac{59-41}{x-28{,}2}$

$= \frac{20}{0{,}7} = \frac{18}{x-28{,}2}$

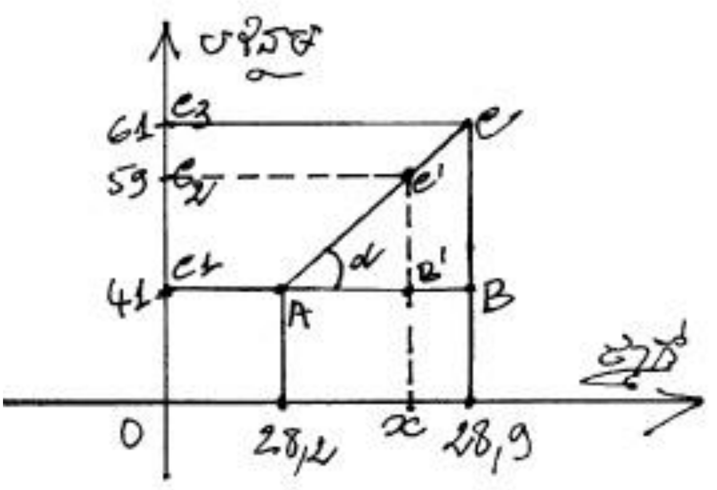
=>

$20(x - 28{,}2) = 18 \times 0{,}7$

$x = \frac{0{,}7}{20} \times 18 + 28{,}2$

$x = 28{,}83$

$M_e = 28{,}83$



លំហាត់ទី២

មាន សេរីសង្កេត នូវកំពស់ជា សង់ទីម៉ែត្រ មួយនៃក្មេងកម្លោះអាយុពី 11 ទៅ 14 ឆ្នាំ ឲ្យលទ្ធផល ដូចតទៅ ៖

*

*

ថ្នាក់	ចំនួនសង្កេត		ថ្នាក់	ចំនួនសង្កេត
]140 , 144]	3		]160 , 164]	31

]144 , 148]]148 , 152]]152 , 156]]156 , 160]	17 63 82 69		]164 , 168]]168 , 172]]172 , 174]]174 , 178]	20 4 1 1

1/ តើថ្នាក់ណា ជាថ្នាក់ម៉ូដាល (គឺថ្នាក់ដែលសង្កត់ថ្នាក់ឯទៀតៗ) ហើយ ម៉ូតនៃស៊េរីប៉ុយស្សុងនេះ គឺ ជាអ្វី ទៅ ?

2/ តើ កំពស់ មធ្យម នៃ ក្មេងទាំងនោះ គឺ ប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

1/ ដោយមើលតារាងយើងឃើញថាថ្នាក់ដែលមាន ក្មេងច្រើនជាងគេ គឺថ្នាក់]152 , 156] ដែលមានក្មេង 82 នាក់ ហើយផ្ចិតនៃថ្នាក់នោះគឺ $\frac{152+156}{2}$ = 154 ។

ដូច្នេះ ថ្នាក់ម៉ូដាល គឺ]152 , 156] ដែលមាន ម៉ូត ស្មើនឹង 154 cm ។

2/ ផ្ចិតនៃថ្នាក់ x_i អេហ្វិចទីហ្វ p_i

x_i	142	146	150	154	158	162	166	170	173	176
p_i	3	17	63	82	69	31	20	4	1	1
$p_i\,x_i$	426	2482	9450	12628	10902	5022	3320	680	173	176

M = $\frac{1}{\sum p_i} \times \sum p_i x_i$ = $\frac{1}{291}$ (45259) = 155,53 cm ។

*

*

*

*

*

ជំពូកទី៥

ឱសទ្រីប៊ុយស្យុង មួយអថេរ ៖ ចរិតលក្ខណៈបែកខ្ញែកពីគ្នា - Distribution à une variable : caractéristiques de dispersion.

-នៅជំពូកមុន យើងបានឃើញចំពោះ ឱសទ្រីប៊ុយស្យុងមានមួយអថេរ នូវចរិតលក្ខណៈទីតាំង ដែលជាតម្លៃមួយ មានតម្លៃជាច្រើនឯទៀតនៅ ប្រមូលផ្តុំ ជិតតម្លៃនោះ ។ ម្យ៉ាងទៀត តម្លៃ ដូចជា មធ្យម ម៉េដ្យាន ឬ ម៉ូត នោះធ្វើការពិពណ៌នាបានខ្លះតែប៉ុណ្ណោះ នូវឱសទ្រីប៊ុយស្យុង ។

ឧបមា យើងមានសេរីពីរ (A) និង (B) នៃចង្កៀង មាន ៩ ហើយ ចំនួនម៉ោងដែលបានប្រើ មុននឹងវាខូចដោយដាច់ខ្សែ ៖

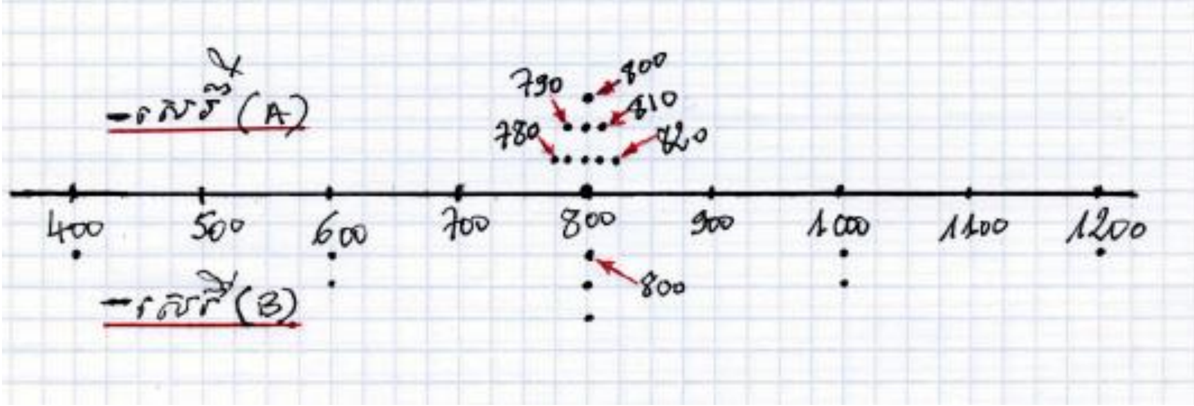
ប្រភេទ (A) : 780 790 790 800 800 800 810 810 820

ប្រភេទ (B) : 400 600 600 800 800 800 1000 1000 1200 ។

សេរី ទាំងពីរ នេះ មាន ម៉េដ្យាន 800 ដូចគ្នា មានម៉ូត 800 ដូចគ្នា មានមធ្យម លេខគណិត 800 ដូចគ្នា ។ តែ បើយើង គូរ ចំនួនម៉ោង នៅលើ អ័ក្ស (មើល Fig.1) យើងឃើញ សេរី (B) បែកខ្ញែកពីគ្នា[20] ជាងសេរី (A) ។

Fig-1 : ចំណុច នីមួយៗ ដំណាង មួយ ធាតុ នៃ សេរី ។

សេរី (A) មាន 9 ធាតុ ដូច្នេះ មាន 9 ចំណុច គឺ 3ចំណុចចំពោះ 800 ហើយចំណុចឯទៀតៗ គឺនៅខាងឆ្វេងនិងខាងស្តាំ នៃចំណុច 800 ហើយមិនឆ្ងាយពីចំណុច 800 ថែមទៀត ។ ចំណែក 9 ចំណុចនៃ សេរី (B) វិញ ក៏នៅ ខាងឆ្វេងនិងខាងស្តាំ ចំណុច 800 ដែរ តែ ឃ្លាតឆ្ងាយពី ចំណុច 800 នេះ។



[20] បានន័យថា ចំនួនក្រៅពី 800 ច្រើនមិននៅក្បែរចំនួននេះទេ ។

-សញ្ញាណនៃ ការបែកខ្ញែកពីគ្នា នៃឪសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ អាចបញ្ជាក់ដោយចំនួន ច្រើនទៀត ហៅថា **ចរិតលក្ខណៈបែកខ្ញែកពីគ្នា** (caractéristiques de dispersion) ។ កម្មវត្ថុនៃ ជំពូកនេះ គឺ កំណត់នូវ ចរិតលក្ខណៈខ្លះ ដូចជា ៖

-ទំហំ (étendue) -ការញែកឃ្លាត អាំងទែការទីល (écart interquartiles)

-វ៉ារីយ៉ង់ (variance) -តួយ៉ាងញែកឃ្លាត (écart-type) ។

ក្នុងការរស់នៅ សញ្ញាណនៃការបែកខ្ញែកពីគ្នា ច្រើនទាក់ទងនឹងគុណភាព៖ ដូចជា ផ្លែឈើ ដែលមុននឹងយកទៅលក់ គេមើលទំហំ ដើម្បីនឹងបានជាក្រុម ដែមានទំហំ ឬ ទម្ងន់ ប្រហាក់ប្រហែលគ្នា ។ ហើយចំពោះគ្រឿងម៉ាស៊ីនវិញ ដែលនឹងចូលផ្គុំជាមួយ នឹងគ្រឿងផ្សេងឯទៀតៗបាន លុះណាតែការបែកខ្ញែកពីគ្នា តិច ចំពោះលេខទំហំ។

V-1 ទំហំនៃ ឪសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ (Etendue d'une distribution statistique).

1-ឧទាហរណ៍

គេឲ្យឪសទ្រីប៊ុយស្យុង ៖ 12 7 5 -1 4 -7 9.

រវាង តម្លៃធំជាងគេ (12) និងតម្លៃតូចជាងគេ (-7) នោះមានតម្លៃខុសគ្នា 12 - (-7) = 19 ដែលហៅថា ទំហំនៃ ឪសទ្រីប៊ុយស្យុង ។

2- និយមន័យ (មើល II-§2- 2)

ទំហំ នៃឱសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ គឺ ភាពមិនប៉ុនគ្នា រវាង តម្លៃធំ និង តម្លៃតូច នៃការសង្កេត។

គេសរសេរ ៖

$$W = X_{max} - X_{min}$$

ទំហំនៃ ចរិតលក្ខណៈ គឺងាយ គណនា តែដោយយកតែ ពីរ តម្លៃ ខាងចុងនៃការសង្កេត នោះវាអាចប៉ះពាល់ ដោយតម្លៃពិសេស ឬ តម្លៃច្រឡំ នៅពេលធ្វើការសង្កេត។

ដូចជា ឱសទ្រីប៊ុយស្យុង ៖

12 7 5 -1 4 -2 9

ដែល ខុសពី ឱសទ្រីប៊ុយស្យុង ពីមុន ដោយ តម្លៃ (-2) *មុននឹងតម្លៃចុងក្រោយ*

នោះមាន ទំហំ ៖ 12 - (-2) = 14 ។

ដូច្នេះ ដើម្បី ជំនួស ទំហំនៃឱសទ្រីប៊ុយស្យុង ដោយចរិតលក្ខណៈដែលមិនសូវភ្ញាក់ផ្អើល ដោយតម្លៃចុងដើមពេកនោះ គេនឹងកំណត់នូវនិយមន័យ នៃ ការទីល (quartile) *ហើយ បន្ទាប់មក ការព្រែកឃ្លាតអាំងទែការទីល* (les écarts interquartiles)។

V-2 ការព្រែកឃ្លាត អាំងទែការទីល - (les écarts interquartiles).

1-ឧទាហរណ៍

គេ ឧបមា មានតារាង ឲ្យប្រវែងចម្ងាយជា គីឡូមែត្រ ដែល អ្នកបើក រថយន្ត 800 *នាក់*

បានបើកនៅពេល វិស្សមកាល។ ហើយការសង្កេតនេះ គេតាងនៅលើបន្ទាត់ (fig.2) ដោយតម្លៃ មិនចុះ ។

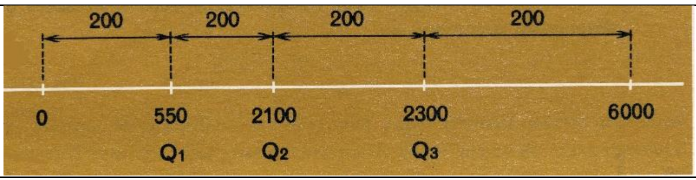
ចំនួន ការ សង្កេត 800 នាក់	
ចម្ងាយបានបើកជាគីឡូម៉ែត្រ	

Fig-2

យើងចែកការសង្កេត ជា 4 ក្រុម ដែលមាន ចំនួន អេហ្វេចទីហ្វ ស្មើគ្នា (200) ៖

800 : 4 = 200 ការសង្កេត។ ហើយ តាមចម្ងាយដែលបើកបាន អ្នកបើកទី ៖

- ទី 200 បើកបានចម្ងាយ ៖ 550 km (Q1)
- ទី 400 បើកបានចម្ងាយ ៖ 2100 km (Q2)
- ទី 600 បើកបានចម្ងាយ ៖ 2300 km (Q3) ។

តម្លៃ ទាំងនេះ គឺរៀងៗខ្លួន ការទីលទី១ ការទីលទី២ ការទីលទី៣ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង។

2- និយមន័យ

គេហៅថា ការទីល គឺ តម្លៃទាំង បី នៃអថេរ ដែលចែក ការសង្កេតស្ថិតិ នៃឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងមួយ ដែលរៀបតាមតម្លៃ មិនចុះ ជា បួនក្រុម ដែលមាន អេហ្វេចទីហ្វស្មើគ្នា។

គេ សរសេរ ៖ Q_1 Q_2 Q_3 ។

សញ្ញាណ ការទីល គឺ ផ្សាយឲ្យទៅជាឌឹរ៉ាល់ (généralise) (ជាទូទៅ) នូវសញ្ញាណនៃ

ម៉េដ្យាន ។ ការទីល ទី២ Q_2 ឬ ការទីលកណ្ដាល (quartile central) គឺមិន ខុសពី ម៉េដ្យាន M_e ទេ ។

ការទីល ២ ទៀត Q_1 និង Q_3 គឺជា ការទីល ខាងចុង (les quartiles extrêmes) ។

គេ ហៅថា គំលាតឃ្លាត អាំងទែការទីល (écart interquartiles) គឺ ភាពមិនប៉ុនគ្នា នៃការទីលខាងចុង ។ ដូច្នេះ គឺ $Q_3 - Q_1$ ។

យើង សង្កេតឃើញថា នៅក្នុងចន្លោះនេះ គឺ ការសង្កេតចំនួន ពាក់កណ្ដាល (គឺ 400 ចំពោះឧទាហរណ៍នេះ) ។

គេ ហៅថា គំលាតឃ្លាត ប្រូបាប (écart probable), គឺ គំលាតឃ្លាត ពាក់កណ្ដាល អាំងទែការទីល (l'écart semi-interquartiles) គឺ ៖

$$\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) \text{ ។}$$

V-3 វ៉ារីយ៉ង់ និង តួយ៉ាង-គំលាតឃ្លាត (Variance et Ecart-Type).

1-ឧទាហរណ៍

គេ ឲ្យ សេរី អាយុ នៃ មនុស្ស 9 នាក់ (គឺឆ្នាំ ដែល បានកន្លង , en années révolues) :

39 25 31 72 48 42 18 35 59

អាយុមធ្យម គឺ ៖ $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{9} = \frac{369}{9} = 41$ ។

តើ យើងមើលការ បែកខ្ញែកពីគ្នា នៃ សេរីនេះ ដោយរបៀបណា ?

ដោយ គណនា ភាពមិនប៉ុនគ្នា នៃការសង្កេត និង តម្លៃមធ្យម $\bar{x}$ យើងបាន៖

(ដោយ $\bar{x}$ = 41)

*

x_i	39	25	31	72	48	42	18	35	59
$x_i - \bar{x}$	-2	-16	-10	31	7	1	-23	-6	18

តែ ផលបូក $\sum_{i=1}^{9}(x_i - \bar{x})$ នៃភាពមិនប៉ុនគ្នានេះ គឺ សូន្យ ។

ព្រោះថា ៖ (-2) + (-16) + (-10) + 31 + 7 + 1 + (-23) + (-6) + (18) = 0 ។

យើងសំគាល់ថា លទ្ធផលនេះអាចបកស្រាយ ដោយប្រើ សញ្ញាណ បារីសង់ (barycentre) (មើល IV-§3-5) ។

គំនិតមួយទៀត គឺប្រើ តម្លៃ អាប់សូលុយ នៃ ភាពមិនប៉ុនគ្នានេះ (une autre idée consisterait à utiliser les valeurs absolues de ces différences) គឺ $|x_i - \bar{x}|$ ។ តែ តម្លៃ អាប់សូលុយ បកស្រាយមិនល្អទេ ចំពោះ ការគណនាពិជគណិត (mais les valeurs absolues se prêtant mal aux calculs algébriques) ដូច្នេះ គេរើសយក **ការ៉េ នៃ ភាពមិនប៉ុនគ្នានោះវិញ** ។

នៅពេលនោះ មធ្យមលេខគណិត (la moyenne arithmétique) នៅ (IV-§3) ហៅថា **វ៉ារីយ៉ង់** (variance) នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ហើយ ឫសការេ នៃ វ៉ារីយ៉ង់ ហៅថា **គួយ៉ាង-ញែកឃ្លាត** (écart-type) ។

x_i	39	25	31	72	48	42	18	35	59
$x_i - \bar{x}$	-2	-16	-10	31	7	1	-23	-6	18

$(x_i - \bar{x})^2$	4	256	100	961	49	1	529	36	324

ដូច្នេះ $\sum_{i=1}^{9}(x_i - \bar{x})^2$ = 2260

វ៉ារីយ៉ង់ $V = \frac{2260}{9}$ = 251,1 ហើយ តួយ៉ាង-ញែកឃ្លាត = σ = $\sqrt{251,1}$ = 15,9

ចូរសង្កេត នៅក្នុង ចន្លោះ $]\bar{x} - \sigma , \bar{x} + \sigma[$ គឺ]25,1 56,9[នោះមាន ការសង្កេត លើសពី ពាក់កណ្ដាល ។ ពីព្រោះ បើយើង តម្រៀប ចំនួនការសង្កេត x_i តាមតម្លៃមិនចុះ នោះយើងបាន ៖ 18 25 31 35 39 42 48 59 72 ។

2-និយមន័យ

-វ៉ារីយ៉ង់ V នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ មាន អេហ្វិចទីហ្វ n = $\sum_{i=1}^{k} n_i$ ហើយ មានមធ្យមលេខគណិត $\bar{x}$ គឺ ស្មើនឹង ៖

$$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x})^2$$

គឺ មធ្យមនៃ ការ៉េ នៃ ការញែកឃ្លាត រវាង ការសង្កេត និង មធ្យមលេខគណិត ។

-តួយ៉ាង-ញែកឃ្លាត (ជាទូទៅ គេសរសេរ σ មើលថា ស៊ីកម៉ា) គឺ ឫសការ៉េ វិជ្ជមាន នៃ វ៉ារីយ៉ង់ គឺ ៖

$$\sigma = \sqrt{V} \text{ ឬ } \sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x})^2}$$ ។

ការសង្កេត

វ៉ារីយ៉ង់ គឺ តម្លៃមធ្យមនៃការ៉េ នោះគឺជាចំនួន វិជ្ជមាន ។

ដូច្នេះ គួយ៉ាង់-ញែកឃ្លាត ក៏ជា តម្លៃមធ្យម វិជ្ជមានដែរ។

បើ ការសង្កេត នៃ ប្រជាជន ដាច់ៗ ពីគ្នា មាន n នោះ រូបមន្ត ទៅជា

$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ ហើយ $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ ។

3- ការបកស្រាយ តាមធរណីមាត្រ នៃ វ៉ារីយ៉ង់ និង គួយ៉ាង់-ញែកឃ្លាត

យើងយកឱសទ្រីប៊ុយស្យុង មាន 1 អថេរ តាងដោយតារាងខាងក្រោមនេះ ៖

ចរិតបរិមាណ	x_1	x_2	………	x_j	…….	x_k	
អេហ្វេចទីហ្វ	n_1	n_2	………	n_j	…….	n_k	បូករួម = n

ដោយ ឱសទ្រីប៊ុយស្យុងនេះ យើង បាន ៖

-វ៉ិចទ័រ $\vec{W}$ មួយនៃឱសទ្រីប៊ុយស្យុង

$$\vec{W}(\underbrace{x_1, x_1, \dots, x_1}_{n_1}, \underbrace{x_2, x_2, \dots, x_2}_{n_2}, x_3, x_3, \dots x_3, \dots, \underbrace{x_j, x_j, \dots, x_j}_{n_j}, \dots, \underbrace{x_k, x_k, \dots, x_k}_{n_k})$$

ដោយ $n_1 + n_2 + \cdots + n_j + \cdots + n_k = n$ ដូច្នេះ $\vec{W}$ ជា វ៉ិចទ័រ ដែលមាន n កុមប៉ូសង់

(composants)។

-វ៉ិចទ័រ $\vec{T}$ ដែលមាន n កុមប៉ូសង់ (composants) ស្មើនឹង មធ្យមលេខគណិត នៃសេរីស្ថិតិ៖

$$\vec{T}(\bar{x}, \bar{x}, \bar{x}, \ldots\ldots\ldots, \bar{x},)$$

n កុមប៉ូសង់

យើងដឹងថា ការ៉េនៃ ន័ម (norme) នៃ វ៉ិចទ័រ ($\vec{W} - \vec{T}$) គឺជា តម្លៃ តិចបំផុត។

តើតម្លៃតិចបំផុតនោះ ប៉ុន្មានទៅ ?

ដោយយើងធ្លាប់រកន័ម នៅក្នុងប្លង់ ឬ នៅក្នុង វេហា នោះការនៃន័មនោះគឺ ៖

$d^2 = \|\vec{W} - \vec{T}\|^2$

$= (x_1 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_1 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_j - \bar{x})^2 + \ldots + (x_j - \bar{x})^2 + \ldots + (x_k - \bar{x})^2 + \ldots + (x_k - \bar{x})^2$

n_1 តួ　　　n_j តួ　　　n_k តួ

គឺថា $d^2 = \sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x})^2$ => $\frac{d^2}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x})^2$ ។ ដូច្នេះ

អនុបាត $\frac{d^2}{n}$ គឺ វ៉ារីយ៉ង់ នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ។

ការបកស្រាយតាម ធរណីមាត្រនេះ បង្ហាញថា កាលណា តម្លៃវ៉ារីយ៉ង់ ធំ (ឬ គួយ៉ាង-ទៀកឃ្លាត ធំ) នោះ ជា ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង បែកខ្ញែក (dispersée) ហើយបើកាលណា តម្លៃវ៉ារីយ៉ង់ តូច (ឬ គួយ៉ាង-ទៀកឃ្លាត តូច) នោះ ជា ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ប្រមូលផ្តុំ (distribution ramassée) នៅជុំវិញ តម្លៃ មធ្យម ។

4- ការអនុវត្តន៍នូវការគណនា នៃ វ៉ារីយ៉ង់ និង គួយ៉ាង-ទៀកឃ្លាត

ចំពោះ ឧទាហរណ៍ (1) ការគណនា វ៉ារីយ៉ង់ និង គួយ៉ាង-ព្រៀកឃ្លាត មិនសូវជាពិបាក ណាស់ណាទេ ពីព្រោះ តម្លៃមធ្យម ($\bar{x}$ = 41) ជា ចំនួនគត់ យើងអាចប្រើ តារាង ដែលមានឲ្យ ការនៃចំនួន $(x_i - \bar{x})^2$ ។ ជាទូទៅ បើមិនដូច្នោះទេ ការគណនានោះ ទៅជាពិបាក។

នៅពេលនោះ គេ ប្រើរូបមន្ត៖

$$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i)^2 - (\bar{x})^2 \quad (1)$$

គឺថា វ៉ារីយ៉ង់ គឺ ស្មើនឹង តម្លៃមធ្យម នៃ ការនៃតម្លៃអថេរ បន្ថយ ដោយ ការនៃតម្លៃ មធ្យមនៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង (លទ្ធផលនេះ ពេលខ្លះគេហៅថា ទ្រឹស្តីបទ កឺនិច

(théorème de Koenig) ។

ការបង្ហាញ

តាមនិយមន័យ

$$nV = \sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \bar{x})^2$$

ដោយបំបែក ៖

$$nV = \sum_{i=1}^{k} [\, n_i (x_i)^2 - 2n_i . x_i . \bar{x} + n_i (\bar{x})^2 \,]$$

$$= \sum_{i=1}^{k} n_i (x_i)^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^{k} n_i x_i + (\bar{x})^2 \sum_{i=1}^{k} n_i$$

ដោយ $\sum_{i=1}^{k} n_i x_i = n\bar{x}$ និង $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$

ដូច្នេះ យើងបាន ៖

$$nV = \sum_{i=1}^{k} n_i (x_i)^2 - 2\bar{x}\,(n\bar{x}) + (\bar{x})^2 (n)$$

$nV = \sum_{i=1}^{k} n_i(x_i)^2 - n(\bar{x})^2 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i)^2 - (\bar{x})^2$ ។

ការសង្កេត

ការបង្ហាញខាងលើនេះ អាចធ្វើបានដោយប្រើ ការបកស្រាយ វ៉ិចទរីយ៉ែលនៃ វ៉ារីយ៉ង់ និង តម្លៃមធ្យមលេខគណិត ។

ពីព្រោះ យើងបាន $d^2 = \|\vec{W} - \vec{T}\|^2$ ហើយដោយប្រើ និយមន័យ របស់ ផលគុណស្កាលែ នៃ២ វ៉ិចទ័រ (produit scalaire de deux vecteurs) យើងអាចសរសេរថា៖

$\|\vec{W} - \vec{T}\|^2 = \|\vec{W}\|^2 - 2\,\vec{W}.\vec{T} + \|\vec{T}\|^2$ (2)

ហើយ យើងដឹងថា ផលគុណស្កាលែនៃ 2 វ៉ិចទ័រ $\vec{W}.\vec{T}$ គឺ៖

$\vec{W}.\vec{T} = x_1.\bar{x} + x_1.\bar{x} + \ldots + x_1.\bar{x} + \ldots\ldots + x_k.\bar{x} + x_k.\bar{x} + \ldots + x_k.\bar{x}$

(n_1 ដង) (n_k ដង)

$= \bar{x}\,(n_1x_1 + \ldots\ldots + n_kx_k)$

$= \bar{x}\,(n.\bar{x})$ (តាមនិយមន័យ $\bar{x}$)

$= n\,\bar{x}^2$ ។

ម្យ៉ាងទៀត តាមនិយមន័យ របស់ ន័ម (norme) នៃវ៉ិចទ័រ យើងបាន ៖

$\|\vec{W}\|^2 = \sum_{i=1}^{k} n_i(x_i)^2$ ហើយ $\|\vec{T}\|^2$ $n\,\bar{x}^2$

ដូច្នេះ ដោយ (2) យើងបាន៖

$d^2 = \|\vec{W} - \vec{T}\|^2 = \sum_{i=1}^{k} n_i(x_i)^2 - 2\,n\,\bar{x}^2 + n\,\bar{x}^2$

$= \sum_{i=1}^{k} n_i(x_i)^2 - n\,\bar{x}^2$

ដោយ $V = \frac{d^2}{n}$ => $nV = \sum_{i=1}^{k} n_i(x_i)^2$ - $n\,\bar{x}^2$ ។

$$nV = \sum_{i=1}^{k} n_i(x_i)^2 - n\,\bar{x}^2$$ ។

ឧទាហរណ៍

គណនា តួយ៉ាង-ញែកឃ្លាត នៃឪសទ្រីប៊ុយស្យុង នៃ 15 ការសង្កេត ដែលសរសេរនៅក្នុង បន្ទាត់ឈរ ខាងឆ្វេងនៃ តារាង (គឺ តម្លៃ នៃ x_i) ៖

x_i	$(x_i)^2$
19	361
38	1444
29	841
31	961
25	625
28	784
20	400
27	729
15	225
28	784
22	484
23	529
27	729
29	841
24	576
$\sum x_i$= 385	$\sum(x_i)^2$= 10313

តម្លៃមធ្យមនៃ x_i គឺ ស្មើនឹង៖

$\bar{x} = \frac{385}{15} = 25{,}6$ ដោយ $n = 15$

ដូច្នេះ យើងមានប្រយោជន៍ នឹងប្រើរូបមន្ត (1) ពីព្រោះ តម្លៃនៃអថេរ យើងដឹងរៀងខ្លួន (មិនមែនជា ថ្នាក់) ។ ការគណនា នៃ ការេ $(x_i)^2$ នៃការសង្កេត ធ្វើឡើងនៅ ក្នុងបន្ទាត់ឈរខាងស្តាំ នៃតារាង ។

ដូច្នេះ ៖ $\sum(x_i)^2 = 10313$

ហើយ $\frac{1}{n}\sum(x_i)^2 = \frac{10313}{15} = 687{,}5$

ម្យ៉ាងទៀត $(\bar{x})^2 = (25{,}6)^2 = 658{,}9$

ដូច្នេះ $V = 687{,}5 - 658{,}9 = 28{,}6$ (ដោយ ប្រើ រូបមន្ត (1))

ហើយ $\sigma = \sqrt{28{,}6} = 5{,}3$ ។

សង្កេត

ជាទូទៅកាលណាគេនិយាយពី ចម្ងាយ (distance) នោះគេមិនគិតពីទិសរ្យ នោះទេ។ ដូច្នេះ ចម្ងាយគឺជា ចំនួនវិជ្ជមានជានិច្ច។ តែដោយដែលប្រើនៅក្នុង គណិតសាស្ត្រ មានចំនួន វិជ្ជមានផង និង អវិជ្ជមានផង (ដូចជា អាបស៊ីស នៃចំណុច ជាដើម) នោះ ដើម្បីនឹងជៀសវាងចំនួន អវិជ្ជាមាន គេយក ការ៉េ នៃចំនួននោះ ហើយបន្ទាប់មក បានគេ យកឬសការ៉េ នៃចំនួនដដែលនោះវិញ។ ដូចឧទាហរណ៍ រក វ៉ារីយ៉ង់ ខាងលើនេះ ជាដើម ។ ពីបំណងក្នុង ការរក វ៉ារីយ៉ង់នេះ គឺ គេចង់ដឹងថា តើ ចំនួនដែលបាន សង្កេតនោះ នៅឆ្ងាយឬ ក៏ជិតនឹង ចំនួនមធ្យម ។ ហើយ វ៉ារីយ៉ង់ ជាចំនួនតូច នោះ ឫសការ៉េនៃ វ៉ារីយ៉ង់ គ៏ជាចំនួនតូចដែរ។ ហើយនៅពេលនោះ គេសន្និដ្ឋានថា តម្លៃទាំងឡាយនៃការសង្កេត គឺនៅ ផ្តុំគ្នា ជុំវិញ ចំនួនមធ្យម ។ ដូចនៅក្នុងជីវិត កូនចៅ ទាំងអស់នៅជិតៗគ្នា ហើយក៏មិនឆ្ងាយពី មេឪដែរ។

=================== ចប់ ជំពូកទី ៥ ========================

*

*

V-4 លំហាត់ មានចម្លើយ

លំហាត់ទី១

ចំនួនប្រាក់ដែលដាក់ក្នុង ធនាគារខាងសន្សំ (Caisse d'Epargne) ក្នុងមួយឆ្នាំមួយនោះ

មានដូចតារាងខាង ក្រោមនេះ ៖

ប្រាក់ សន្សំ ជា (francs)	អេហ្វេចទីហ្វ		ប្រាក់សន្សំជា (francs)	អេហ្វេចទីហ្វ
ពី 0 ទៅក្រោម 200	1858		ពី 1200 ទៅក្រោម 1400	1447
ពី 200 ទៅក្រោម 400	2066		ពី 1400 ទៅក្រោម 1600	831
ពី 400 ទៅក្រោម 600	3395		ពី 1600 ទៅក្រោម 1800	386
ពី 600 ទៅក្រោម 800	3830		ពី 1800 ទៅក្រោម 2000	366
ពី 800 ទៅក្រោម 1000	3591		ពី 2000 ទៅក្រោម 2200	105
ពី 1000 ទៅក្រោម 1200	2125			

1/ គណនា មេដ្យាន និង តម្លៃ មធ្យម នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង។

2/ កំណត់ ចន្លោះ អាំងទែការទីល ។

<u>ចម្លើយ</u>

មេដ្យាន គឺ តម្លៃ អថេរ ដែល ត្រូវនឹង ពាក់កណ្ដាល អេហ្វេចទីហ្វ បូករួមទាំងអស់ នៃ ប្រជាជន (la moitié de l'effectif cumulé) ។

យើងតាងដោយ C អេហ្វេចទីហ្វបូករួម។ ដូច្នេះ

C = 1858 +2066+3395+3830+3591+2125+1447+831+386+366+105

= 20000 ។

ហើយ ពាក់កណ្ដាល អេហ្វេចទីហ្វ គឺ $D = \frac{C}{2} = 10000$ ។

ដើម្បីរក មេដ្យាន គឺ តម្លៃអថេរ x ដែលត្រូវនឹង D នោះ។ យើង សង់តារាង ខាងក្រោម នេះ ៖

TAB-1

ថ្នាក់ ប្រាក់សន្សំជា francs	ផ្ចិតនៃថ្នាក់ x_i	អេហ្វេចទីហ្វ នៃថ្នាក់ n_i	អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម
ពី 0 ទៅក្រោម 200	100	1858	1858
ពី 200 ទៅក្រោម 400	300	2066	3924
ពី 400 ទៅក្រោម 600	500	3395	7319
ពី 600 ទៅក្រោម 800	700	3830	11149
ពី 800 ទៅក្រោម 1000	900	3591	14740
ពី 1000 ទៅក្រោម 1200	1100	2125	16865
ពី 1200 ទៅក្រោម 1400	1300		18312
ពី 1400 ទៅក្រោម 1600	1500	1447	19143
ពី 1600 ទៅក្រោម 1800	1700	831	19529
ពី 1800 ទៅក្រោម 2000	1900	386	19915
ពី 2000 ទៅក្រោម 2200	2100	366	20000
		105	

យើងសង្កេតមើល បន្ទាត់ពណ៌ ទាំងពីរនៃ តារាងនេះ ៖

យើងឃើញថា កាលណា អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម ឡើងពី 7319 ទៅ 11149

នោះប្រាក់ដែលសន្សំ ក៏ឡើង ពី 600 ទៅ 800 ដែរៗ

ចុះបើ អេហ្វេចទីហ្វ បន្ថែម ឡើងពី 7319 ទៅ 10000 នោះតើ ប្រាក់ដែលសន្សំ

ឡើងពី 600 ទៅដល់ ប៉ុន្មាន ? គឺទៅដល់ x ។ តែ x មិនអាចស្មើនឹង 800

បានទេ ។ ពីព្រោះ 10000 < 11149 ។ យើងសរសេរតាមក្បួន មធ្យមសមាមាត្រ (règle proportionnelle) ។ យើង សរសេរ ៖

$\Delta = 11149 - 7319$ => M = 800 – 600 (M គឺ កំណើន ខាង ថ្នាក់ ផ្ទួនឹង 11.149)

δ = 10000 – 7319 => m = $x - 600$ (m គឺ កំណើន ខាងថ្នាក់ ផ្ទួនឹង 10.000)

ក្បួន មធ្យមសមាមាត្រ ឧបមាដូចជា ៖

មាន់ 4 ថ្ងៃ 12 រៀល តើ មាន់ 3 ថ្ងៃ ប៉ុន្មាន ?

យើងសរសេរ៖

4 -> 12

1 -> $\frac{12}{4}$

3 -> $\frac{12}{4} \times 3$ = 9 រៀល ។

ឥឡូវ យើង ត្រឡប់ មករក m វិញ ៖

Δ -> M

1 -> $\frac{M}{\Delta}$

δ -> $\frac{M}{\Delta} \times \delta$ គឺថា m = $\frac{M}{\Delta} \times \delta$

ដោយ m = $x - 600$ ដូច្នេះ $x - 600 = \frac{M}{\Delta} \times \delta$

ឬ $x = 600 + \frac{M}{\Delta} \times \delta$ = 600 + $\frac{\delta}{\Delta} M$

ឬ $x = 600 + (\frac{10000 - 7319}{11149 - 7319})(800 - 600)$ (1)

$x = 600 + 140 = 740$

ដូច្នេះ មេដ្យាន $M_e = 740$ ។

តម្លៃ មធ្យម នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង

$M = \frac{1}{n}\sum n_i x_i = \frac{1}{20000}$ [100(1858)+300(2066)+500(3395)+700(3830) + 900(3591) + 1100(2125) + 1300(1447) + 1500(831) + 1700(386) + 1900(366) + 2100(105)]

$M = \frac{100}{20000}$[1858+ 6198+16975+26810+32319 + 23375 + 18811 +12465+ 6562

6954 +2205] $= \frac{1}{200}$(154532) = 772,66 ≅ 773

តម្លៃ មធ្យម $M \cong 773$ ។

សង្កេត

យើងនឹងប្រើ រូបមន្ត (1) នេះ ដើម្បីនឹងរក អាំងទែការទីល ដែលជាសំណួរ ទី២។

តាមនិយមន័យ ក្នុង ការទីល Q_1, Q_2, Q_3 នោះ $Q_2 = M_e$ (មេដ្យាន) ដែលយើងបានរកដោយប្រើ រូបមន្ត (1)។

2/ កំណត់ ចន្លោះ អាំងទែការទីល

តាមនិយមន័យ បើ Q_1, Q_2, Q_3 ជាការទីល នោះ $Q_2 = M_e$ (មេដ្យាន) ។

ចំពោះការសង្កេត ដែលរៀបតាមតម្លៃ មិនចុះ Q_1, Q_2, Q_3 ជាតម្លៃ អថេរ ដែលចែក ការសង្កេត ជាបួនក្រុម ហើយ ក្រុមនីមួយៗ មាន អេហ្វេចទីហ្វ ស្មើគ្នា។

ចន្លោះ អាំងទែការទីល គឺ ប្រវែង $Q_3 - Q_1$ ។

ដោយ អេហ្វេចទីហ្វបន្ថែម មាន 20000 នោះ អេហ្វេចទីហ្វនៃក្រុម នីមួយៗ គឺ

$\frac{20000}{4}$ = 5000 ។

TAB-2

ក្រុម	អេហ្វិចទីហ្វ	អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម
ក្រុមទី១ : [0 , Q_1[	5000	5000
ក្រុមទី២ : [Q_1 , Q_2[	5000	10000
ក្រុមទី៣: [Q_2 , Q_3[	5000	15000
ក្រុមទី៤ : [Q_3 , 2200[	5000	20000

ដើម្បីរក Q_1 ដែលត្រូវនឹង អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម 5000 យើងឃើញ នៅក្នុង តារាង TAB-1 5000 ត្រូវនឹងថ្នាក់ [400 , 600[ដែលមានអេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម ឡើងពី 3924 ទៅ 7319 ដូច្នេះ តាម រូបមន្ត (1)

$$Q_1 = 400 + \frac{5000-3924}{7319-3924}(200) = 400 + \frac{1076}{3395}(200) = 400 + 63{,}38 \cong 463$$

ចំពោះ Q_3 ដែលត្រូវនឹង អេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម 15000 យើងឃើញ នៅក្នុង តារាង TAB-1 15000 ត្រូវនឹងថ្នាក់ [1000 , 1200[ដែលមានអេហ្វិចទីហ្វបន្ថែម ឡើងពី 14740 ទៅ 16865 ដូច្នេះ តាម រូបមន្ត (1)

$$Q_3 = 1000 + \frac{15000-14740}{16865-14740}(200) = 1000 + \frac{260}{2125}(200) = 1000 + 24{,}47 \cong 1024$$

ដូច្នេះ អាំងទែការទីល $Q_3 - Q_1$ = 1024 – 463 = 561 ។

*

លំហាត់ទី២

គណនា គម្លាត-គំរូ (écart-type) នៃ ស៊េរីស្ថិតិខាងក្រោម ឲ្យដោយតារាងខាងក្រោមនេះ (ស៊េរី នៃការសង្កេតនូវ កំពស់ ក្មេង អាយុ ពី ១២ ទៅ ១៥ ឆ្នាំ) ។

កំពស់ (ជា cm)	អេហ្វិចទីហ្វ
[146, 148[	1
[148, 150[	3
[150, 152[	14
[152, 154[	18
[154, 156[	60
[156, 158[	70
[158, 160[	33
[160, 162[	21
[162, 164[	5
[164, 166[	1

ចម្លើយ

រូបមន្ត វ៉ារីយ៉ង់ V = $\frac{1}{n}\sum n_i(x_i - \bar{x})^2$ ហើយ គម្លាត-គំរូ $\sigma = \sqrt{V}$

ដើម្បី គណនា V យើងអាចប្រើ រូបមន្ត $\boldsymbol{V = \frac{1}{n}\sum n_i(x_i)^2}$ - $(\bar{x})^2$ ។ យើងសង់តារាង ៖

*

កំពស់ (cm)	ផ្ចិត x_i	ផ្ចិតការេ $(x_i)^2$	អេហ្វិចទីហ្វ n_i	$n_i(x_i)^2$
[146, 148[	147	21609	1	21609
[148, 150[	149	22201	3	66603
[150, 152[	151	22801	14	319214
[152, 154[	153	23409	18	421362
[154, 156[	155	24025	60	1441500
[156, 158[	157	24649	70	1725430
[158, 160[	159	25281	33	834273
[160, 162[	161	25921	21	544341
[162, 164[	163	26569	5	132845
[164, 166[	165	27225	1	27225

			= 226	= 5.534.402

តម្លៃមធ្យម $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum n_i x_i = \frac{1}{226}$ [1(147) + 3(149)+14(151)+18(153)+60(155)+70(157)+

33(159)+21(161)+5(163)+1(165)] $= \frac{35360}{226}$ = 156,46

V $=\frac{1}{226}$(5.534.402) - $(156{,}46)^2$ = 24.488,50– 24.479,73 = 8,77 ≅ 9

ដូច្នេះ គួយ៉ាង-ញែកឃ្លាត (écart-type) $\sigma = \sqrt{9} = 3$ ។

លំហាត់ទី៣

សហគ្រាសមួយ មានអាជីវកម្ម របរជួលរថយន្ត តាក់ស៊ី មាន 100 រថយន្ត

ដែល បានរត់រួចហើយ នូវចម្ងាយ ដូច តារាងខាងក្រោមនេះ ៖

ចម្ងាយដែលបានរត់ (ជា 10^3 km)	ចំនួន តាក់ស៊ី		ចម្ងាយដែលបានរត់ (ជា 10^3 km)	ចំនួន តាក់ស៊ី
[80 , 85[	5		[100, 105[	25
[85 , 90[	9		[105 , 110[	16
[90 , 95[	14		[110 , 115[	7
[95 , 100[	18		[115 , 120[	6

ចូរគណនា ៖

1/ ចម្ងាយមធ្យម ដែលបាន រត់

2/ គួយ៉ាង-ញែកឃ្លាត (écart-type) នៃ ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង ។

ចម្លើយ

លំហាត់នេះ មិនខុសពីលំហាត់ទី២ នោះទេ។ គ្រាន់តែ ផ្ចិតនៃ ថ្នាក់ [80 , 85[គឺ

$\frac{80+85}{2}$ = 82,50 ។ យើង សង់ តារាង ខាងក្រោមនេះ ដើម្បី គណនា វ៉ារីយ៉ង់ ។

*

ថ្នាក់ (ជា $10^3\ km$)	(x_i)	ផ្ចិតការេ $(x_i)^2$	ចំនួនតាក់ស៊ី n_i	$n_i(x_i)^2$
[80 , 85[[85 , 90[[90 , 95[[95 , 100[100, 105[[105 , 110[[110 , 115[[115 , 120[	82,50 87,50 92,50 97,50 102,50 107,50 112,50 117,50	6.806,25 7.656,25 8.556,25 9.506,25 10.506,25 11.556,25 12.656,25 13.806,25	5 9 14 18 25 16 7 6 បូករួម : 100	34.031,25 68.906,25 119.787,5 171.112,5 262.656,25 184.900 88.593,75 82.837,5 បូករួម : 1.012.825

ចម្ងាយមធ្យម ដែលបាន រត់ :

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum n_i x_i$ $= \frac{1}{100}$ [5(82,50) +9(87,50) + 14(92,50) + 18(97,50) + 25(102,50) +

16(107,50) + 7(112,50) + 6(117,50)]

$= \frac{1}{100}$ (10.025) = 100,25 => $\bar{x}$ = 100,25 (ជា $10^3\ km$) ។

(ដូច្នេះ ចម្ងាយ មធ្យមដែលបានរត់ គឺ 100.250 km) ។

ដោយប្រើរូបមន្ត វ៉ារីយ៉ង់ $V = \frac{1}{n}\sum n_i(x_i)^2$ - $(\bar{x})^2$

$= \frac{1}{100}$ (1.012.8255) - $(100,25)^2$ = 10.128,25– 10.050,06

= 78,19

គម្លាត-ស្តង់ដា (écart-type) $\sigma = \sqrt{78,19}$ = 8,84 ។

============= ចប់ សៀវភៅ ស្ថិតិ ភាគ ទី១ =====2020/08/22=======

អាំងដេច - Index

អាំងដេច(index) ខ្មែរ - បារាំង

ចំពោះសៀវភៅ ស្ថិតិនេះ លេខសៀវភៅ គឺ 7 ។ ដើម្បីរកពាក្យណាមួយ នៅក្នុងសៀវភៅ នោះត្រូវប្រើលេខទំព័រនៃសៀវភៅ។

ឧទាហរណ៍ ៖ ពាក្យ « ការទីល » នៅទំព័រ 175 នៃសៀវភៅនេះ ជាដើម ។

ខ្មែរ	បារាំង	លេខសៀវភៅ - លេខទំព័រ
ក		
ការទីល	quartiles	L7-p171
កាំជណ្ដើរ (ខ្សែកោង)	escalier (courbe en)	L7-p105
គ		
គុណភាព (ចរិត)	qualitatif (caractère)	L7-p21
គំរូ	échantillon	L7-p18
ច		
ចរិតស្ថិតិ	caractère statistique	L7-p18

ជ		
ជាប់ (អថេរ)	continue (variable)	L7-p23
ញ		
ញែកឃ្លាត អាំងទែរការទីល	écart interquartiles	L7-p170
ដ		
ដាច់ (អថេរ)	dicrète(variable)	L7-p23
ដំបង	bâton	L7-p97
ឌ		
ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ	distribution statistique	L7-p40
ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ២ដង	distribution statistique double	L7-p60
ត		
តារាងស្ថិតិ	tableau statistique	L7-p40
តួយ៉ាង-ញែកឃ្លាត	écart-type	L7-p172
ត្រួតគេ ឬ គ្របសង្កត់	dominante	L7-p145
ថ		
ថ្នាក់	classe	L7-p20

ទ		
ទីតាំង(ចរិតលក្ខណ)	position (caractéristique)	L7-p143
ន		
នៅខាង (ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង)	marginale (distribution)	L7-p68
ប		
បន្ថែម (អនុគមន៍)	cumulative(fonction)	L7-p105
បរិមាណ (ចរិត)	quantitatif (caractère)	L7-p22
បែកខ្ញែកពីគ្នា (ចរិតលក្ខណៈ)	dispersion (caractéristique)	L7-p167
ប្រជាជន	population	L7-p15
ព		
ពហុកោណបន្ថែម	polygone cumulatif	L7-p115
ម		
មធ្យមតុល្យ	moyenne pondérée	L7-p160
មធ្យមលេខគណិត	moyenne arithmétique	L7-p151
មនុស្ស	individu	L7-p15
ម៉ូដាលីតេ	modalité	L7-p20

ម៉ូត	mode	L7-p145
ម៉េដ្យាន	médiane	L7-p147
រ		
រ៉េប៉ាទីស្យុង (អនុគមន៍)	répartition (fonction de)	L7-p101
ល		
ល័ក្ខខ័ណ្ឌ (ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង)	conditionnelle(distribution)	L7-p70
វ		
វ៉ារីយ៉ង់	variance	L7-p172
វិចទ័រឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង	vecteur distribution	L7-p158
វិសាលភាព	amplitude	L7-p46
ហ		
ហីស្តូក្រាម	histogramme	L7-p106
ហ្វ្រេកង់	fréquence	L7-p53
ឡ		
ឡូ	lot	L7-p18
អ		

ឯកតាស្ថិតិ	unité statistique	L7-p15
អថេរស្ថិតិ	variable statistique	L7-p22
អនុគមន៍បន្ថែម	fonction cumulative	L7-p105
អាំងទែការទីល	interquartiles (écart)	L7-170
អេហ្វេចទីហ្វ	effectif	L7-p53

អាំងដេច(index) បារាំង - ខ្មែរ

ចំពោះសៀវភៅ ស្ថិតិនេះ លេខសៀវភៅ គឺ 7 ។ ដើម្បីរកពាក្យណាមួយ នៅក្នុងសៀវភៅ នោះត្រូវប្រើលេខទំព័រនៃសៀវភៅ។

ឧទាហរណ៍ ៖ ពាក្យ « amplitude » នៅទំព័រ 46 នៃសៀវភៅនេះ ជាដើម ។

ខ្មែរ	បារាំង	លេខសៀវភៅ លេខទំព័រ
	A	
វិសាលភាព	amplitude	L7-p46
	B	
ដំបង	bâton	L7-p97

	C	
ចរិតស្ថិតិ	caractère statistique	L7-p18
ថ្នាក់	classe	L7-p20
លក្ខខណ្ឌ (ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង)	conditionnelle(distribution)	L7-p70
ជាប់ (អថេរ)	continue (variable)	L7-p23
បន្ថែម (អនុគមន៍)	cumulative(fonction)	L7-p105
	D	
ដាច់ (អថេរ)	dicrète(variable)	L7-p23
បែកខ្ញែកពីគ្នា (ចរិតលក្ខណ:)	dispersion (caractéristique)	L7-p167
ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ ២ដង	distribution statistique double	L7-p60
ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុងស្ថិតិ	distribution statistique	L7-p40
ត្រួតគេ ឬ គ្របសង្កត់	dominante	L7-p145
	E	
គំលាតឃ្លាត អាំងទែរការទីល	écart interquartiles	L7-p170
គម្លាត-គំលាតឃ្លាត	écart-type	L7-p172

គំរូ	échantillon	L7-p18
អេហ្វេចទីហ្វ	effectif	L7-p53
កាំជណ្ដើរ (ខ្សែកោង)	escalier (courbe en)	L7-p105
	F	
អនុគមន៍បន្ថែម	fonction cumulative	L7-p105
ហ្វ្រេកង់	fréquence	L7-p53
	H	
ហីស្តូក្រាម	histogramme	L7-p106
	I	
មនុស្ស	individu	L7-p15
អាំងទែការទីល	interquartiles (écart)	L7-170
	L	
ឡូ	lot	L7-p18
	M	
នៅខាង (ឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង)	marginale (distribution)	L7-p68

ម៉េដ្យាន	médiane	L7-p147
ម៉ូដាលីតេ	modalité	L7-p20
ម៉ូត	mode	L7-p145
មធ្យមលេខគណិត	moyenne arithmétique	L7-p151
មធ្យមតុល្យ	moyenne pondérée	L7-p160
	P	
ពហុកោណបន្ថែម	polygone cumulatif	L7-p115
ប្រជាជន	population	L7-p15
ទីតាំង(ចរិតលក្ខណ)	position (caractéristique)	L7-p143
	Q	
គុណភាព (ចរិត)	qualitatif (caractère)	L7-p21
បរិមាណ (ចរិត)	quantitatif (caractère)	L7-p22
ការទីល	quartiles	L7-p171
	R	
រ៉េប៉ាទីស្យុង (អនុគមន៍)	répartition (fonction de)	L7-p101

	T	
តារាងស្ថិតិ	tableau statistique	L7-p40
	U	
ឯកតាស្ថិតិ	unité statistique	L7-p15
	V	
អថេរស្ថិតិ	variable statistique	L7-p22
វ៉ារីយ៉ង់	variance	L7-p172
វ៉ិចទ័រឌីសទ្រីប៊ុយស្យុង	vecteur distribution	L7-p158