<u>ទំនាក់ទំនង រវាង លីមីត និង ដេរីវេ</u>

គួរមើលឡើងវិញ នៅជំពូក លីមីត ដើម្បីងាយយល់ ។

ចំណងរវាង លីមីត និង ដេរីវេ ងាយយល់ទេ ៖

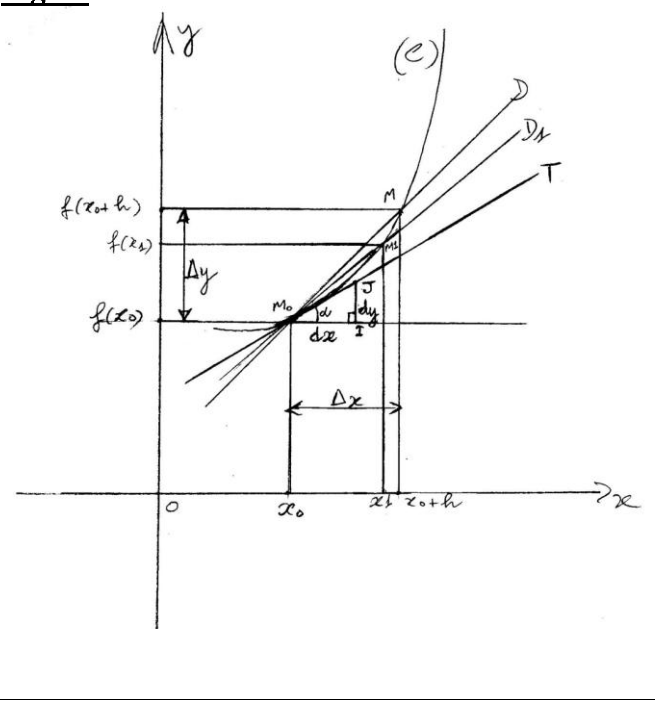
<u>និយមន័យ (ដេរីវេត្រង់ x_0)</u>

បើ f ជាអនុគមន៍មួយ កំនត់លើចន្លោះ I ហើយ x_0 ជាចំនួនពិតក្នុង ចន្លោះ I និង h ជាចំនួនពិត<u>មិនសូន្យ</u> ដែល $x_0+h \in I$ នោះដេរីវេ នៃ f ត្រង់ x_0 (បើមាន) ជាលីមីតរបស់ អត្រាកំនើននៃអនុគមន៍ f រវាង x_0 និង x_0+h កាលណា h (ឬ Δx) ខិតទៅរក សូន្យ ។ ចំនួន ដេរីវេ ត្រង់ x_0 កំនត់ដោយ ៖

$$\boldsymbol{f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}} \quad \textbf{(F-IV-01)}$$

ដើម្បីងាយយល់និយមន័យ និងរូបមន្តនៃ $f'(x_0)$ នេះ សូមមើលរូបខាងក្រោម Fig-01 :

<u>Fig-01</u>



ចំពោះរូប **Fig-01**នេះ (C) ជាក្រាបនៃ អនុគមន៍ f ។

x_0 ជាអាប់ស៊ីស របស់ចំនុច $M_0 \in (C)$ ដូច្នេះ $f(x_0)$ ជា អរដោនេរបស់ចំនុច M_0 គឺថា $M_0(x_0\,;f(x_0))$ ។

ដោយយកកំនើន Δx យើងបាន ចំនួន ថ្មី $x = x_0 + \Delta x$ ហើយ បើ x ជាអាប់ស៊ីស របស់ចំនុច $M \in (C)$ នោះ អរដោនេរបស់ ចំនុច M គឺ $f(x)$ ឬ $f(x_0+\Delta x)$ ឬ ក៏ថា៖ $M(x_0+\Delta x; f(x_0+\Delta x))$ ។

នៅលើ Fig-01, កំនើន Δx ស្មើនិង h $(\Delta x = h)$ហើយ Δy ជាកំនើន ខាងអនុគមន៍ f នៅពេល ដែល x កើនពី x_0 ទៅ $(x_0+\Delta x)$ បានន័យថា : $\Delta y = f(x_0+\Delta x) - f(x_0)$

ដោយចំនួន x_0 នៅដដែលមិនផ្លាស់ប្តូរ $f(x_0)$ក៏មិនផ្លាស់ប្តូរដែរ ដូច្នេះ ចំនុច M_0ក៏នៅនឹង មិនកំរើក មានតែចំនុច M ទេ ដែលកំរើក កាលណា Δx ខិតជិតសូន្យ ព្រោះថា នៅពេលនោះ $(x_0 + \Delta x)$ ក៏ខិតជិត x_0 ដែរ ។ ដោយ M នៅលើក្រាប(C) ដូច្នេះកាលណា Δx ខិតជិតសូន្យ M រត់លើក្រាប(C) ដើម្បីទៅជិត M_0 ហើយ បន្ទាត់ M_0M ក៏ខិតជិតបន្ទាត់M_0T (មើល Fig-01) ។

បន្ទាត់ M_0T ហៅថា <u>បន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង តាងអនុគមន៍f ត្រង់ចំនុច M_0 ។</u>

<u>**សង្កេត-1**</u>

កាលណា Δx ខិតជិត សូន្យ Δx ទៅជា dx ហើយ Δy ទៅជា dy

dx ហៅថា ឌីផេរ៉ង់ស្យែល នៃ x មើលថា ដេx

(យើងហៅ Δx ជាកំនើននៃ x ហើយ dx ជាកំនើនតិចបំផុតនៃ x)

dy ហៅថា ឌីផេរ៉ង់ស្យែល នៃ y មើលថា ដេy

កាលណា Δx ខិតជិត សូន្យ $(f(x+\Delta x) - f(x))$ ខិតជិត df

ដូច្នេះ $\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ ខិតជិត $\frac{df}{dx}$ (df ជាកំនើន នៃ f បន្តពី dx)

បើសរសេរជា ឌីផេរ៉ង់ស្យែល និយមន័យ ដេរីវេ អាចសរសេរ ជា ៖

$f'(x) = \frac{df}{dx} \Leftrightarrow df = f'(x)dx$

<u>**សង្កេត-2**</u>

ម្យ៉ាងទៀត តាមនិយមន័យដេរីវេ $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

ដូច្នេះ បើសរសេរជាឌីផេរ៉ង់ស្យែល $f'(x_0) = \frac{dy}{dx}$ ហើយ ដោយតាម Fig-01

$tg(\alpha) = \frac{dy}{dx}$

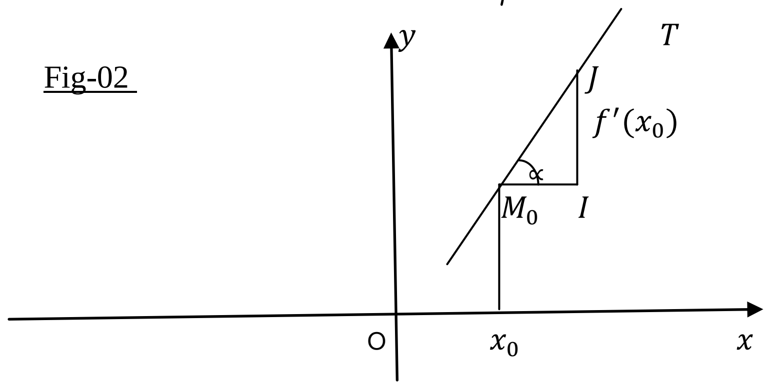
នោះយើងអាចទាញយក លទ្ធផល ៖ $\boxed{tg(\propto) = f'(x_0)}$ **(F-IV-02)**

ដោយមានបន្ទាត់ M_0T និងបន្ទាត់ កាត់តាម M_0 ហើយស្របនឹង អក្ស័ ox នោះបន្ទាត់ទាំងពីរនេះកាត់គ្នាត្រង់ M_0 ដោយមានមុំ $\propto$ (មើល Fig-01) ។

ដូច្នេះ កាលណាយើងដឹង M_0 នឹង $\propto$ យើងអាចគូសបន្ទាត់ប៉ះ M_0T ព្រោះយើងដឹងទិសនៃបន្ទាត់មួយទៀតដែលស្របនឹង អក្ស ox រួចទៅហើយ ។

តាមនិយមន័យ នៅក្នុងតំរុយអរតូណរមេ (repère orthonormé) $tg(\alpha)$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ M_0T ។ ដោយ $\boldsymbol{tg}(\propto) = \boldsymbol{f'}(\boldsymbol{x_0})$ (មើលរូបមន្ត **(F-IV-02)**) យើងអាចគូសបន្ទាត់ប៉ះ M_0T ដូចតទៅ (នៅក្នុងតំរុយអរតូណរមេ) ៖

Fig-02



មុននឹងគូស យើងមាន $M_0(x_0\ ;\ y_0)$ និង $f'(x_0)$ ហើយបំណងយើងចង់គូរបន្ទាត់ប៉ះ M_0T។

1-ជាដំបូងយើងគូរចំនុច M_0

2- ពី M_0 យើងទាញបន្ទាត់ M_0I ស្របនឹងអក្ស ox ហើយមានប្រវែង $\overline{M_0I} = +1$ (មួយឯកតានៃតំរុយអរតូណរមេ)

3- ពីចំនុច I យើងទាញបន្ទាត់ $\overline{IJ}$ កែងនឹង M_0I ហើយមានប្រវែងពីជគណិតស្មើនឹង $f'(x_0)$

4- បន្ទាត់ប៉ះ ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ត្រង់M_0 គឺបន្ទាត់ M_0J ព្រោះថា:

$$tg \propto = \frac{IJ}{M_0I} = \frac{f'(x_0)}{1} = f'(x_0) \text{ ។}$$

<u>សមីការបន្ទាត់ប៉ះ</u>

ជាទូទៅ កាលណាគេឲ្យ $M_0(x_0\ ;\ y_0)$ និង មេគុណ ប្រាប់ទិស m នៃបន្ទាត់ យើងអាចរកសមីការនៃបន្ទាត់នោះដោយប្រើរូបមន្ត ៖ $\boxed{y - y_0 = m(x - x_0)}$

ដូច្នេះដោយលទ្ធផលខាងលើនៃបន្ទាត់ប៉ះ សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះ ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ត្រង់ $M_0(x_0\ ;\ y_0)$ គឺ $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

ឬ $\boxed{y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0}$ **(F-IV-03)** ។

<u>ឧទាហរណ៍</u> ចូររកសមីការ នៃបន្ទាត់ប៉ះ ត្រង់ចំនុចមានអាប់ស៊ីស $x = 2$ នឹងក្រាបតាង

អនុគមន៍ $f(x) = x^2 - 6x + 4$ ។

$f(x) = x^2 - 6x + 4$ => $f(2) = 2^2 - (6 \times 2) + 4 = \mathbf{-4}$

$f'(x) = 2x - 6$ => $f'(2) = (2 \times 2) - 6 = \mathbf{-2}$

ដូច្នេះសមីការ (ដោយប្រើ **F-IV-03**) ៖ $y = -2(x - 2) + (-4)$ ឬ $\boxed{y = -2x}$ ៕