លំហាត់ទី៨

គេតាងដោយ x ចំនួនពិតមួយ ហើយគេសន្មតថា មានស្វ៊ីត នៃចំនួនគត់ y_n ដែល បំពេញ $0<|n!x - y_n| <1$ (វិសមភាព ដោយ តឹងរឹង $-$ *inégalité stricte*) $\forall n$ ។ ចូរបង្ហាញថា x មិនមែនជា ចំនួន សនិទាន (x *n'est pas rationnel*) ។

[បើសិនជា $x=\frac{p}{q}$ នោះ ផលគុណ $n!x$ នឹង ទៅជា ចំនួន គត់ កាលណា $n>q$ ហើយនៅពេលនោះ វិសមភាព ខាងលើ មិនបំពេញ] ។

ចម្លើយ

ដើម្បី បង្ហាញថា x មិនមែនជា ចំនួន សនិទាន នោះយើង បង្ហាញដោយរបៀប « មិនសមហេតុសមផល » (*démonstration par absurde*) គឺយើង ឧបមាថា x ជា ចំនួន សនិទាន គឺ $x=\frac{p}{q}$ $(p\in Z\,,\ q\in Z^*$ ដូច្នេះ យើង គណនា $n!x$ ៖

$$n!x = [1\times 2\times 3\times \ldots\ldots\times (n-1)\times n\,]\times \frac{p}{q}$$

ដោយ ស្វ៊ីត y_n កំណត់ ចំពោះចំនួន គត់ n ណាក៏ដោយ នោះ n អាចធំជាង q ក៏បាន ដែរ ។ ដូច្នេះ ចំពោះ $n>q$ នោះបើយើងគណនា $n!x-y_n$ យើងបាន៖

$$n!x - y_n = \frac{1.2.3.\quad .\ q\,.(q+1)\ldots n\times p}{q} - y_n = \frac{1.2.3.\quad .\ \cancel{q}\,.(q+1)\ldots n\times p}{\cancel{q}} - y_n$$

ដោយ y_n ក៏ជាចំនួនគត់ដែរ ដូច្នេះ យើងឃើញថា $n!x-y_n$ ជាចំនួនគត់ ។ ហើយ ដោយ ល័ក្ខខ័ណ្ឌ $0<|n!x-y_n|<1$ នោះយើងឃើញថា $n!x-y_n$ ជាចំនួនគត់ នេះ មិនបំពេញ ល័ក្ខខ័ណ្ឌ នេះឡើយ ។ ពីព្រោះ ចំនួនគត់ A ដែលបំពេញ $0<A<1$ នោះគ្មានទេ ។ ដូច្នេះ x ជា ចំនួន សនិទាន មិនអាចបំពេញ វិសមភាព ខាងលើនេះទេ ។ ដូច្នេះ x ជា ចំនួនពិត ។