

លំហាត់ទី៧

[និយមន័យ នៃអនុបាត (rapport) រវាង ទំហំពីរ នៅក្នុងក្រុមតែមួយដែលអាចវាស់បាន

Définition du rapport de deux grandeurs mesurables du même espèce]

គេតាងដោយ G គ្រូបអាបេលីអៀង មានលំដាប់ ហើយបំពេញ នូវស្វ័យស័ត្យ អារស៊ីមែដ។

a) បង្ហាញថា ចំពោះធាតុ $a > 0$ និង $a \in G$ គេអាចផ្ដើមនឹង ការអនុវត្តន៍ ឡើងជានិច្ច f_a ពី G ទៅ R តែមួយគត់ ដែលបំពេញ ៖

$f_a(a) = 1$ និង $f_a(x + y) = f_a(x) + f_a(y)$ [មើល ផ្នែកទី១ នៃការស្នើ VI,10,1 ។

2) ដោយប្រើលទ្ធផលថា f_a មានតែមួយគត់ ចូរបង្ហាញវិទ្យាស្យង ៖

$f_a(x) = \frac{f_u(x)}{f_u(a)} = \frac{1}{f_x(a)}$ ។

ការប្រតិបត្តិទាញចេញពីលំហាត់នេះ

G ជាសំនុំនៃទំហំ ដែលអាចវាស់បាន (*grandeurs mesurables*) មានទិសដៅ

(*orientées*) នៅក្រុមតែមួយ (*d'une même espèce*)។ តាមនិយមន័យ គេថា ចំនួន $f_a(x)$

ជា រង្វាស់ (*la mesure*) នៃទំហំ x កាលណាគេយក ទំហំ a (*grandeur a*) ជាខ្នាតឯកតា

(*lorsqu'on prend la grandeur a pour unité*) ។

លទ្ធផលនៃលំហាត់នេះ ថ្លែងថា ៖ រង្វាស់នោះ ស្មើនឹង អនុបាត (*rapport*) នៃ រង្វាស់ x

ចែកដោយ រង្វាស់ a ដោយប្រើខ្នាតឯកតា u ណាក៏ដោយ ។

អនុបាត $\frac{f_u(b)}{f_u(a)}$ (ដែល មិនជាប់ទាក់ទងនឹង u) ហៅថា អនុបាតនៃ ទំហំ b ទៅនឹងទំហំ a

est appelé rapport de la grandeur b à la grandeur a) ហើយគេតាងដោយ b/a ¹។

ចម្លើយ

¹ បានន័យថា ចំពោះ អនុបាត គេមិនចាំបាច់បញ្ជាក់ ខ្នាតឯកតាទេ ដូចជា $A = \frac{2}{5}$ នោះបើ ឯកតា ជា

មែត្រ នោះ $A = \frac{2m}{5m} = \frac{2}{5}$ ហើយបើ ឯកតាជា cm នោះ $A = \frac{2cm}{5cm} = \frac{2}{5}$ ។

ដើម្បីរកអនុគមន៍ f_a ហើយដោយលំហាត់នេះទាក់ទងនឹងរង្វាស់ នោះធ្វើឲ្យយើងកំណត់
អនុគមន៍ f_a ដូចជា $f_a(x) = \frac{x}{a}$ (ពីព្រោះថា x ទុកដូចជាទំហំ $a > 0$ ជាខ្នាតឯកតា ហើយ
 $f_a(x)$ ដែលនៅក្នុង R ជារង្វាស់) ។ តើ $f_a(x) = \frac{x}{a}$ ដែលយើងកំណត់នេះ បំពេញលក្ខ
ខ័ណ្ឌ $f_a(a) = 1$ និង $f_a(x+y) = f_a(x) + f_a(y)$ (1) នេះទេ?

$$f_a(a) = \frac{a}{a} = 1$$

$$f_a(x+y) = \frac{x+y}{a} = \frac{x}{a} + \frac{y}{a} = f_a(x) + f_a(y) \text{ ។ ដូច្នោះ } f_a \text{ បំពេញ (1)}$$

បង្ហាញថា f_a ឡើងជានិច្ច ៖ $x > y \Rightarrow f_a(x) > f_a(y)$

$f_a(x) = \frac{x}{a}$ ហើយ $f_a(y) = \frac{y}{a}$ ។ ដោយ $a > 0$ ដូច្នោះ $x > y \Rightarrow \frac{x}{a} > \frac{y}{a}$ ឬ
 $x > y \Rightarrow f_a(x) > f_a(y)$ ។ ដូច្នោះ f_a កើនជានិច្ច ។

បង្ហាញថា f_a មានតែមួយគត់ ៖

ដោយ $f_a(x) = \frac{x}{a}$ នោះ $f_a(0) = \frac{0}{a} = 0$ ។ ដូច្នោះយើងឃើញថា អនុគមន៍ f_a បំពេញ
លក្ខខ័ណ្ឌ ទាំងអស់ នៃ ការស្នើ VI,10,1។ ហើយដោយការស្នើនេះ អនុគមន៍ដែល
បំពេញលក្ខខ័ណ្ឌបែបខាងលើនេះ មានតែមួយប៉ុណ្ណោះ ។

2) ដោយប្រើលទ្ធផលថា f_a មានតែមួយគត់ ចូរបង្ហាញវិទ្យាស្យង ៖

$$f_a(x) = \frac{f_u(x)}{f_u(a)} = \frac{1}{f_x(a)} \text{ ។}$$

$$\left. \begin{aligned} f_a(x) &= \frac{x}{a} \\ \frac{f_u(x)}{f_u(a)} &= \frac{x}{u} / \frac{a}{u} = \frac{x}{u} \times \frac{u}{a} = \frac{x}{a} \end{aligned} \right\} \text{ ដូច្នោះ } f_a(x) = \frac{f_u(x)}{f_u(a)}$$

ម្យ៉ាងទៀត

$$f_a(x) = \frac{x}{a} = \frac{1}{\frac{a}{x}} = \frac{1}{f_x(a)} \text{ ។}$$