

លំហាត់ទី៣

គេទុកការកត់ត្រា នៃលំហាត់ទី២ តែគេសន្មតថា  $x$  ជាចំនួន អសនិទាន (nombre irrationnel) ។ នៅពេលនោះគេអាចកំណត់ នូវស្វីត  $(x_n)$  មិនមានទីបញ្ចប់

ដោយលក្ខខណ្ឌ  $x_0 = x$  ហើយនិង  $x_{n+1} = f(x_n)$  ហើយគេតាង  $y_n = [x_n]$

និង  $z_n = (y_0, y_1, \dots, y_n)$  [ មើលលំហាត់ពីមុន ] ។ ប្រភាគ  $z_n$  ហៅថា

បង្រួញលំដាប់  $n$  ( la fraction  $z_n$  appelé réduite d'ordre  $n$  ) ។

ចូររក  $z_2$  និង  $z_3$  ក្នុងករណី ដូចតទៅនេះ ៖

$$x = \pi ; x = \sqrt{2} ; x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} ; x = e = 2,71828 \dots$$

ក្នុងករណីនីមួយៗ ឲ្យគោលទល់លើ នៃកំហុសដោយយក  $z_1$  ឬ  $z_2$  មកជំនួស  $x$  ។

ចំពោះ  $x = \pi$  គេនឹងឃើញ  $z_1 = \frac{22}{7}$  និង  $z_2 = \frac{355}{113}$  ។

ចម្លើយ

1-លំហាត់នេះ បន្តពីលំហាត់មុន ខុសគ្នាត្រង់  $x$  ជាចំនួន អសនិទាន (មិនមែនជាប្រភាគ)។

ដោយចំនួននេះ មានផ្នែក ដេស៊ីម៉ាលរហូតដល់អនន្ត ហេតុនេះបានជាគេតាង

$z_n = (y_0, y_1, \dots, y_n)$  ជាប្រភាគកាត់យកតែត្រឹម  $y_n$  ។ ដូច្នេះ ចំនួនអសនិទានបង្រួញ

នេះ ទៅជាប្រភាគ ដូចលំហាត់មុនដែរ បានន័យថាយើងអាចប្រើ រូបមន្តនៃលំហាត់

នោះ។ ចំពោះ  $\pi$  យើងកាត់យកត្រឹម 3,1416 ។ ដូច្នេះ យើងបាន  $x = 3,1416$  ដែល

យើងសរសេរជា ៖

$$x = 3 + 0,1416 = 3 + 1416 \cdot 10^{-4} = 3 + \frac{1416}{10^4} \text{ ។ លើយើងតាង } x = \frac{a}{b} \text{ ដូចលំហាត់ពីមុន}$$

នោះ យើងបាន ៖

$$a = bq + r_1 \ (r_1 < b) \Rightarrow x = \frac{a}{b} = q + \frac{r_1}{b} \Rightarrow x = 3 + \frac{1416}{10000} \ (r_1 = 1416 \text{ និង}$$

$$b = 10000) \text{ ។}$$

ដោយគណនា  $\frac{b}{r_1}$  យើងបាន ជាបន្ទាប់បន្តដូចខាងក្រោមនេះ៖

$$\frac{b}{r_1} = \frac{10000}{1416} = b = r_1 q_1 + r_2 \quad (r_2 < r_1) \Rightarrow \frac{b}{r_1} = 7 + \frac{88}{1416} \text{ គឺថា } q_1 = y_1 = 7 \quad (1)$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1416}{88} \Rightarrow r_1 = r_2 q_2 + r_3 \quad (r_3 < r_2) \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 16 + \frac{8}{88} \text{ គឺថា } q_2 = y_2 = 16 \quad (2) \text{ ។}$$

$$\frac{r_2}{r_3} = \frac{88}{8} \Rightarrow r_2 = r_3 q_3 + r_4 \quad (r_4 < r_3) \Rightarrow \frac{r_2}{r_3} = 11 + 0 \text{ គឺថា } q_3 = y_3 = 11 \quad [r_4 = 0] \quad (3) \text{ ។}$$

$$\text{ដូច្នោះ } x = 3 + \frac{1416}{10000} = 3 + \frac{1}{\frac{10000}{1416}}$$

$$= 3 + \frac{1}{7 + \frac{88}{1416}} \quad [\text{ដោយ (1)}]$$

$$= 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{\frac{1416}{88}}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16 + \frac{8}{88}}} \quad [\text{ដោយ (2)}]$$

$$= 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16 + \frac{1}{\frac{88}{8}}}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16 + \frac{1}{11}}} \quad [\text{ដោយ (3)}]$$

បើជំនួស  $y_i$  ដោយចំនួន យើងបាន ដោយ [F4] ៖

$$x = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16 + \frac{1}{11}}} \Rightarrow z_3 = (y_0, y_1, y_2, y_3) = (3, 7, 16, 11) \text{ ។}$$

ចំពោះ  $z_2 = (y_0, y_1, y_2)$  ដោយ  $r_3 \neq 0$  នោះបើយើងយក  $y_2 = 16$  នោះ

$$\text{យើងមាន កំហុស } \frac{r_3}{r_2} = \frac{8}{88} \text{ គឺថា } 16 \leq y_2 \leq 16 + \frac{8}{88}$$

$$\text{ដូច្នោះ } z_2 = (y_0, y_1, y_2) = (3, 7, 16) \text{ ដោយមានកំហុសទាល់លើស្មើនឹង } \frac{8}{88} \text{ ។}$$

### សង្កេត

a) ដែលថា កំហុស (erreur) គឺកំហុសបើយើងធ្លៀបទៅនឹង ចំនួនដើមដំបូងគឺ

$$x = 3,1416 \text{ ។ ឥឡូវយើងគណនា } z_3 = (y_0, y_1, y_2, y_3) = (3, 7, 16, 11) \text{ គឺ}$$

$$z_3 = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16 + \frac{1}{11}}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{\frac{(16 \times 11) + 1}{11}}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{\frac{177}{11}}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{11}{177}} = 3 + \frac{177}{1250}$$

$$= 3 + \frac{177 \times 8}{1250 \times 8} = 3 + \frac{1416}{10000} = 3,1416 \text{ ។ ដូច្នោះ } z_3 \text{ ឥតមាន កំហុសទេ ។}$$

$$b) z_2 = (y_0, y_1, y_2) = (3, 7, 16) = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}} = 3 + \frac{1}{\frac{(7 \times 16) + 1}{16}} = 3 + \frac{16}{113}$$

$$= 3 + 0,14150 = 3,1415 \text{ ។ ដូច្នោះមានកំហុស } 3,1416 - 3,1415 = 0,0001$$

$$\text{គឺកំហុសលើលេខចុងក្រោយ } \frac{8}{88} = \frac{1}{11} < \frac{1}{10} \text{ ។}$$

2- បង្ហាញ  $z_1 = \frac{22}{7}$  និង  $z_2 = \frac{355}{113}$

ដោយ  $z_1 = (y_0, y_1) = y_0 + \frac{1}{y_1} = 3 + \frac{1}{7}$  (ដោយកំហុសលើ  $y_1$  ស្មើនឹង  $\frac{88}{1416}$ )

$= \frac{21+1}{7} = \frac{22}{7} = 3,14287$  កំហុស ស្មើនឹង  $3,1428 - 3,1416 = 0,0012$

$z_2 = (y_0, y_1, y_2) = y_0 + \frac{1}{y_1 + \frac{1}{y_2}} = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}}$  ដោយកំហុសលើ  $y_2$  ស្មើនឹង  $\frac{8}{88}$

$= 3 + \frac{1}{\frac{7 \times 16 + 1}{16}} = 3 + \frac{16}{113} = \frac{3(113) + 16}{113} = \frac{355}{113}$  ។

(ចំពោះ ចំនួន  $x$  ដទៃៗ របៀបរកចម្លើយប្រហែលគ្នាទេ) ។