

6. ការពង្រីកសមមូលគ្នា - សញ្ញាណនៃចំនួនពិត (Développements équivalents. Notion de nombre réel).

ការកត់ត្រា (Notation)

កាលពីមុនយើងបានតាងដោយ Δ_0 សំនុំ D.D.I. ដែលមានលេខផ្នែកដេស៊ីម៉ាល ខុសពីសូន្យ មានចំនួនកំណត់¹។ ហើយក៏ដូចគ្នា យើងតាងដោយ Δ_9 សំនុំ D.D.I.

ដែលមានលេខផ្នែកដេស៊ីម៉ាល ខុសពី ១ មានចំនួនកំណត់² ។

$B = b_0, b_1, \dots, b_n, \dots$ ជាធាតុមួយក្នុង Δ_9 ។ យើងតាងដោយ n ចំនួនគត់តូចជាងគេ ដែលឲ្យ $i > n$, $b_i = 9$ ។

ដូច្នោះ បើ $n = 0$ នោះ $i > n$, $b_i = 9$ ទៅជា $i > 0$, $b_i = 9 \Rightarrow b_1 = 9, b_2 = 9, \dots$

គឺ $B = b_0, 9999, \dots$

បើ $n = 1$ នោះ $i > n$, $b_i = 9$ ទៅជា $i > 1$, $b_i = 9 \Rightarrow b_2 = 9, b_3 = 9, \dots$

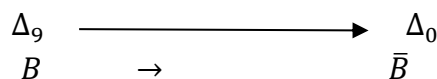
គឺ $B = b_0, b_1, 999, \dots$

បើ $n = n$ នោះ $i > n$, $b_i = 9$ ទៅជា $i > n$, $b_{n+1} = 9, b_{n+2} = 9, \dots$

គឺ $B = b_0, b_1, b_2, \dots, b_n, 999999, \dots$

ហើយ ចំពោះ B នេះ យើងនឹងតម្រូវជាមួយនឹង \bar{B} ធាតុនៃ Δ_0 កំណត់ដោយ ៖

$$\bar{b}_i = b_i \quad \text{ចំពោះ } i < n ; \quad \bar{b}_n = b_n + 1 ; \quad \bar{b}_i = 0 \quad \text{ចំពោះ } i > n$$



ដោយប្រាសមកវិញ បើ A ជាធាតុនៃ Δ_0 នោះមាន ធាតុ B តែមួយគត់ក្នុង Δ_9

¹ បានន័យថា D.D.I. ក្នុង Δ_0 មាន ដេស៊ីម៉ាល ស្មើនឹង ០ មានចំនួនច្រើនដល់អនន្ត ។

² បានន័យថា D.D.I. ក្នុង Δ_9 មាន ដេស៊ីម៉ាល ស្មើនឹង ១ មានចំនួនច្រើនដល់អនន្ត ។

ដែល $A = \bar{B}$ ។ ព្រោះថាបើ $A = a_0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$ ហើយ បើ n ជាចំនួនគត់តូច ជាងគេ ដែល $i > n$ ឲ្យ $a_i = 0$ នោះ យើងអាចយក B កំណត់ដោយ៖

$$b_i = a_i \text{ ចំពោះ } i < n ; b_n = a_n - 1 ; b_i = 9 \text{ ចំពោះ } i > n \text{ ។ ដូច្នោះ អនុគមន៍}$$

$B \longrightarrow \bar{B}$ ជា ការអនុវត្តន៍ប៊ីសេចទីវ ពី Δ_9 ទៅ Δ_0 (application bijective de Δ_9 sur Δ_0) ហើយគេថា B និង \bar{B} សមមូលនឹងគ្នា (B et \bar{B} sont équivalents). ។

និយមន័យ

ជាទូទៅ យើងថា ពីរ D.D.I. សមមូលនឹងគ្នា កាលណា វាស្មើគ្នា ឬ វាជាធាតុផ្គុំគ្នារវាង Δ_0 និង Δ_9 ។ ឬក៏ថា យើងនឹងដាក់ជា $A \equiv B$ បើកាលណា លក្ខខណ្ឌ ណាមួយ ក្នុង លក្ខខណ្ឌ ទាំងបីខាងក្រោមនេះ បំពេញ ៖

$$1/ A = B \quad 2/ A = \bar{B} \quad 3/ \bar{A} = B$$

យើងឃើញថា គេបាន ទំនាក់ទំនងសមមូល (relation d'équivalence) លើ Δ ហើយគេ អាចឲ្យនិយមន័យ « **ចំនួនពិត** » ថាជា ថ្នាក់សមមូល (classe d'équivalence) នៃ

ទំនាក់ទំនងសមមូល ខាងលើនេះ ។ តែ ទំនាក់ទំនងសមមូលនេះ ដូចជាពិសេសពេក យើងអាចរកងាយជាងនេះ ហើយស្រួលអនុវត្ត ដោយដាក់ជានិយមន័យដូចតទៅ ៖

និយមន័យ

គេថា « **ចំនួនពិត** » គឺ D.D.I. ដែលមានលេខដេស៊ីម៉ាលប្រើអនេកអនន្ត ខុសពី ១ ។

សំនុំ R នៃចំនួនពិត គឺជា « សំនុំបំពេញនៃសំនុំ Δ_9 នៅក្នុងសំនុំ Δ » គឺថា $R = \Delta - \Delta_9$ ។ ធាតុនៃ Δ_0 ទៅជាដូចគ្នានឹង ចំនួនទសភាគជាតូ ហើយ ធាតុនៃ Δ_9 នឹងរាប់ជាដំណាង មិនធម្មតា នៃចំនួនទសភាគជាតូ ។

បើយើងវិលមកមើលក្នុងប្រព័ន្ធដេស៊ីម៉ាល(systeme decimale) នោះ ចំនួនពិតមានពីរ ពួក ៖

1/ ចំនួន ទសភាគ ធម្មតា ដែលនីមួយៗ មានដំណាងដល់ទៅពីរ ក្នុង D.D.I. គឺ ដំណាង មួយនៅក្នុង Δ_0 ហៅថាស្មើជ្រុង (régulier) និងដំណាងមួយទៀត នៅក្នុង Δ_9 ហៅថា មិនស្មើជ្រុង (irrégulier) ។

2/ ចំនួនទសភាគ គ្មានទីបញ្ចប់ ដែលតាងដោយ D.D.I. តែមួយគត់ ហើយមិននៅក្នុង Δ_0 និង មិននៅក្នុង Δ_9 ។

ទំនាក់ទំនងនៃលំដាប់ (relation d'ordre)

ដោយ R នៅក្នុង Δ ដូច្នោះ ទំនាក់ទំនងនៃលំដាប់ ដែលមាននៅក្នុង Δ ក៏នាំឲ្យមាន ទំនាក់ ទំនងនៃលំដាប់ក្នុង R ដែរ ។ ដូច្នោះ ការប្រៀបធៀប ក៏នៅតែប្រើបានក្នុង R ដែរ ។ តែយើងត្រូវការ ប្រៀបធៀប នូវចំនួនពិត ដែលនៅក្នុងនោះ មានចំនួន D.D.I.មិនទៀង ទាត់ ។ ដូច្នោះជាដំបូង យើងដាក់ការស្នើ-VI-មួយ ដូចតទៅ ៖

ការស្នើ-VI-6-1
A ជាធាតុមួយក្នុង Δ_9 ហើយ B ជា D.D.I. មួយជាទូទៅ នោះទំនាក់ទំនង
 $B > A$ សមមូលនឹង $B \geq \bar{A}$ ។

ព្រោះថា យើងតាង $A = a_0.a_1a_2a_3 \dots a_n999999\dots\dots$ (ដោយ $a_n \neq 0$ ឬ $n=0$) ជា ធាតុក្នុង Δ_9 ហើយ $\bar{A} = a_0.a_1a_2a_3 \dots (a_n + 1)00000\dots\dots$ ជាធាតុក្នុង Δ_0 គូនឹង A ។
 ទំនាក់ទំនង $B > A \Rightarrow$ មានចំនួនគត់ p ដែល $i < p$ ឲ្យ $b_i = a_i$ និង $b_p > a_p$ ។
 ចំនួនគត់ p ត្រូវតែ $p \leq n$ ព្រោះថា ចំពោះ $i > n$ នោះ $a_i = 9$ ហើយ $b_i \leq a_i$
 ដូច្នោះ ចំពោះ $p = n$ និង $p > n^3$ គេនៅតែបាន $B \geq \bar{A}$ ។
 ប្រាស់មកវិញ ដោយ $\bar{A} > A$ នោះ $B \geq \bar{A} \Rightarrow B > A$ ។

³ ពីព្រោះចំពោះ \bar{A} , $a_i = 0$ ចំពោះ $i > n$

រួមសេចក្តីទៅ $B > A \Leftrightarrow B \geq \bar{A}$ ។

សេចក្តីស្នើនេះ មានន័យថា ពុំមាន D.D.I. ណាមួយនៅក្នុងចំពោះ A និង \bar{A} ចំពោះ

$A \in \Delta_9$ ។

អនុសាស្ត្រ (Corollaire)⁴

បើ A' និង B' ជាចំនួនពិត តាងរៀងៗខ្លួន ដោយ D.D.I. (ស្មើជ្រុង ឬ មិនស្មើជ្រុង)

A និង B នោះ ទំនាក់ទំនង $A \geq B \Rightarrow A' \geq B'$ ។

តម្លៃប្រហែល (valeurs approchées)

បើ A ជាចំនួនពិត យើងតាងជានិច្ច ដោយ A_n តម្លៃប្រហែលនៃ A យកត្រឹម 10^{-n} គឺ ជាចំនួនប្រហែល បានមកពី A ដោយ លុបគ្មានសល់ នូវដេស៊ីម៉ាល ដែលនៅជួរធំជាង n ហើយ យើងបានជានិច្ច នូវវិសមភាព $A_n \leq A < A_n + 10^{-n}$ ។

ជាទូទៅ យើងថា ចំនួនទសភាគ C_n ជា តម្លៃប្រហែលនៃ A យកត្រឹម 10^{-n} កាល ណាវាផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង វិសមភាព $C_n - 10^{-n} \leq A \leq C_n + 10^{-n}$ ។ ហើយយើងនឹង ឃើញថា ចំនួនពិតនឹងកំណត់ កាលណាគេឲ្យ ចំពោះតម្លៃ n នីមួយៗ នូវតម្លៃប្រហែល យកត្រឹម 10^{-n} ។

ការស្នើ-VI-6-2
ដើម្បីឲ្យចំនួនពិតពីរ A និង B ស្មើគ្នា នោះគ្រាន់តែ ចំពោះតម្លៃ n នីមួយៗ ចំនួនពិតទាំងពីរនោះ មានតម្លៃប្រហែល យកត្រឹម 10^{-n} តែមួយ ។

ឧបមា ថាចំពោះ ចំនួន n មួយ គេមានចំនួនទសភាគ C_n ដែលបំពេញ ព្រមគ្នា ៖

$$C_n - 10^{-n} \leq A \leq C_n + 10^{-n} \quad (1)$$

⁴ គឺជាការស្នើ-VI- ដែលទាញចេញពីការស្នើ-VI-មួយទៀត

និង $C_n - 10^{-n} \leq B \leq C_n + 10^{-n}$ (2)

ដោយប្រើតម្លៃប្រហែល យើងមាន៖

$A_n \leq A < A_n + 10^{-n}$ (3)

$B_n \leq B < B_n + 10^{-n}$ (4)

បំណងយើងគឺ បង្ហាញថា $A = B$ ដោយប្រើ (1), (2), (3), (4) ។ ហើយដើម្បីថា $A = B$ យើងគ្រាន់តែបង្ហាញថា $A_n = B_n \forall n \in \mathbb{N}$ ។ យើងនឹងបង្ហាញដូចតទៅ ៖

(3) និង (1) ឲ្យ ៖ $A_n \leq A$ និង $A \leq C_n + 10^{-n}$ ដូច្នេះ $A_n \leq C_n + 10^{-n}$ (5)

(4) និង (2) ឲ្យ ៖ $B_n + 10^{-n} > B$ និង $B \geq C_n - 10^{-n}$ ដូច្នេះ

$B_n + 10^{-n} > C_n - 10^{-n} \Rightarrow B_n + 10^{-n} + 2 \cdot 10^{-n} > C_n - 10^{-n} + 2 \cdot 10^{-n}$

រឺ $B_n + 3 \cdot 10^{-n} > C_n + 10^{-n} \Rightarrow B_n + 3 \cdot 10^{-n} > A_n$ ដោយ (5)

$B_n + 3 \cdot 10^{-n} > A_n \Rightarrow B_n + 10 \cdot 10^{-n} > A_n$ រឺ $B_n + 10^{-n+1} > A_n$

រឺ $B_n + 10^{-(n-1)} > A_n$ (6) ។ ដោយនៅក្នុង \mathbb{R} ចំនួនទាំងអស់អាចរៀបតាម

លំដាប់បាន យើងអាចឧបមាថា $A \geq B \Rightarrow A_n \geq B_n$ ហើយដោយ (6) យើងបាន

$B_n \leq A_n < B_n + 10^{-(n-1)}$ (7)

យើងចង់បង្ហាញថា ដោយ (7) យើងអាចសន្និដ្ឋានថា $A_n = B_n \forall n \in \mathbb{N}$

យើងតាង $A_n = a_0, a_1 \dots a_i \dots a_{n-1} a_n$

$B_n = b_0, b_1 \dots b_i \dots b_{n-1} b_n$

ដូច្នេះ $B_n + 10^{-(n-1)} = b_0, b_1 \dots b_i \dots (b_{n-1} + 1) b_n$

កំរិតថា $\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, \dots, n, \dots \}$

ដូច្នេះពី b_0 ទៅដល់ b_{n-1} ត្រូវមាន n តួ b_i

បើ $b_{n-1} \neq 9$ នោះ $(b_{n-1} + 1) \leq 9$ ដូច្នេះ b_{n-2} អត់មានផ្លាស់ផ្លូវទេ បានន័យថា

តួ របស់ B_n និង $B_n + 10^{-(n-1)}$ ស្មើគ្នា ពី b_0 រហូតដល់ b_{n-2} ។ ដោយ A_n អមដោយ

B_n និង $B_n + 10^{-(n-1)}$ [ពីព្រោះ (7)] នោះចំពោះ $i < n - 1$ យើងត្រូវបាន $a_i = b_i$ ។

ហើយដោយ B ជាចំនួនពិត (គឺថា ជាធាតុនៃ $\Delta - \Delta_9$) ដូច្នោះ សំនុំ នៃចំនួន n ដែលឲ្យ $b_{n-1} \neq 9$ មិនមានគោលទាល់លើ ដូច្នោះ យើងក៏បាន $a_i = b_i, \forall i$ ដែរ (ពីព្រោះបើ n មិនកំណត់ ដូច្នោះ $i < n-1$ ក៏មិនកំណត់ដែរ) រួមសេចក្តីទៅ $A = B$ ។

នេះជាការពន្យល់បន្ថែម (អាចលោតរំលងទៅទំព័របន្ទាប់ក៏បាន)

1/ បើ ពីរចំនួនស្មើគ្នា នៅអមចំនួន x នោះតើ x ស្មើនឹងចំនួនប៉ុន្មាន? ឆ្លើយថាស្មើនឹងចំនួនអម ។ ឧទាហរណ៍ $5 \leq x \leq 5 \Rightarrow x = 5$

2/ នៅក្នុងចំនួនទសភាគ ៖ $B_n = b_0, b_1 \dots \dots b_i \dots b_{n-1} b_n$

$b_0 =$ ជាផ្នែកគត់ ហើយ $0, b_1 \dots \dots b_i \dots b_{n-1} b_n$ ជាផ្នែកដេស៊ីម៉ាល និង

b_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) មួយៗ ហៅថា ដេស៊ីម៉ាល ។ ឧទាហរណ៍ ៖

ចំនួន **253,43679** ឲ្យ $b_0 = 253$ ហើយ $0,43679$ ជាផ្នែកដេស៊ីម៉ាល និង

$b_1 = 4, b_2 = 3, b_3 = 6, b_4 = 7, b_5 = 9$ ។

3/ ហេតុអ្វីក៏ចាំបាច់ ឲ្យ $b_{n-1} \neq 9$ នៅក្នុង $B_n \leq A_n < B_n + 10^{-(n-1)}$

ដើម្បីងាយយល់ យើងត្រូវបំប្លែងមកមើលឧទាហរណ៍ 253,43679 ។ បើយើងតាង

$B_n = 253,43679$ នោះ $n = 5$ ហើយចំពោះ ផ្នែកដេស៊ីម៉ាល 0,43679 គេអាចសរសេរ ៖

$$0,43679 = 4 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 10^{-4} + 9 \cdot 10^{-5}$$

$$= 0,4 + 0,03 + 0,006 + 0,0007 + 0,00009^5$$

ហើយវិសមភាព $B_n \leq A_n < B_n + 10^{-(n-1)}$ ទៅជា $B_5 \leq A_5 < B_5 + 10^{-(5-1)}$

រឺ $B_5 \leq A_5 < B_5 + 10^{-4}$ ទៅជា $253,43679 \leq A_5 < 253,43679 + 0,0001$

⁵ ជាទូទៅ ៖

$$0, b_1 \dots \dots b_i \dots b_{n-1} b_n = b_1 10^{-1} + \dots + b_i 10^{-i} + \dots + b_{n-1} 10^{-(n-1)} + b_n 10^{-n}$$

បានន័យថា ដេស៊ីម៉ាល 7 ត្រូវបូកនឹង 1 ឬ $b_4 + 1$ ហើយបើ $b_4 = 9$ នោះ $b_4 + 1 = 10$
 ដូច្នោះ b_3 ត្រូវ ថែម 1 បានន័យថា តួ b_3 ផ្លូវ ៗ តែបើ $b_4 \neq 9$ នោះ $b_4 + 1 < 10$ ដូច្នោះ b_3
 នៅដដែល ។ ហើយបើត្រូវប្រាប់ មករក n វិញ ៖ $b_4 = b_{n-1}$ ហើយដោយ b_3 មិនផ្លូវ នោះ
 បានន័យថា b_i នៅក្នុង B_n និង នៅក្នុង $B_n + 10^{-(n-1)}$ មិនផ្លូវ ចំពោះ $i < n - 1$ នេះ
 បើយើងមើលទៅតាមវិសមភាព $B_n \leq A_n < B_n + 10^{-(n-1)}$ ។ វិនិយាយម្យ៉ាងទៀត
 ចំពោះ $i < n - 1$, $B_n = B_n + 10^{-(n-1)} \Rightarrow A_i = B_i$, ចំពោះ $i < n - 1$ ។
 ហើយទីបញ្ចប់ក៏បាន $A = B$ ។

ឥឡូវ ត្រូវប្រាប់មកមេរៀនតទៅទៀត ៖

សង្កេត

1/ គេនៅតែបាន $A = B$ បើសិនជាមាន ចំនួនគត់ k ហើយនិងស្វ័ត C_n ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់
 ព្រមគ្នា នូវវិសមភាពទាំង២ ខាងក្រោមនេះ ៖

$$C_n - k \cdot 10^{-n} \leq A \leq C_n + k \cdot 10^{-n} \quad (a)$$

$$C_n - k \cdot 10^{-n} \leq B \leq C_n + k \cdot 10^{-n} \quad (b) \quad \text{។}$$

ដោយ k ជាចំនួនគត់ គេអាចរក p ដែលឲ្យ $k \leq 10^p$ ដូច្នោះ យើងអាសេសេរ

$$k \cdot 10^{-n} \leq 10^p \cdot 10^{-n} \quad \text{រឺ} \quad k \cdot 10^{-n} \leq 10^{-n+p}$$

ដើម្បី បាន 10^{-n} ក្នុង (a) ឬ (b) យើងត្រូវយក C_{n+p} ពីព្រោះ C_{n+p} ជាតម្លៃប្រហែលនៅ
 ខ្ទង់ $(n+p)$ គឺជាយកត្រឹម $10^{-(n+p)} \Rightarrow k \cdot 10^{-(n+p)} \leq 10^p \cdot 10^{-(n+p)} = 10^{-n}$

ដូច្នោះ (a) និង (b) ទៅជា ៖

$$C_{n+p} - 10^{-n} \leq A \leq C_{n+p} + 10^{-n} \quad (a')$$

$$C_{n+p} - 10^{-n} \leq B \leq C_{n+p} + 10^{-n} \quad (b')$$

ដែលបង្ហាញថា C_{n+p} ជាចំនួនប្រហែល យកត្រឹម 10^{-n} នៃចំនួនពិតទាំងពីរ A និង B ។

2/ ការស្នើ-VI-6-2 នេះត្រូវតែចំពោះចំនួនពិត គឺ D.D.I. ដែលនៅក្នុង $\Delta - \Delta_0$ បានន័យ ថា ចំពោះ D.D.I. នៅក្នុង Δ_0 នោះមិនត្រូវទេ។ ឧបមា យើងយក A ណាមួយក្នុង Δ_0 ហើយ \bar{A} ជាចំនួនផ្លូវរបស់វាក្នុង Δ_0 នោះយើងបាន (ធ្លាប់បានឃើញរួចមកហើយ) ៖

$$(V) \quad \bar{A} - 10^{-n} < A < \bar{A}, \forall n \text{ ដែលបង្ហាញថា } \bar{A} \text{ ជាតម្លៃប្រហែល យកត្រឹម } 10^{-n} \text{ ។}$$

បើតាម ករណី-VI-2 យើងត្រូវបាន $A = \bar{A}$ ។ ឥឡូវយើងយក

$$A = 14,657999999999\dots99999 \Rightarrow \bar{A} = 14,6580000\dots000000$$

នៅពេលនេះ $n = 3$ ដូច្នោះ $10^{-3} = 0,001 \Rightarrow$

$$\bar{A} - 10^{-3} = \bar{A} = 14,658000\dots00000 - 0,001 = 14,657000\dots000000$$

ហើយ វិសមីការ (V) ឲ្យ៖

$$14,657000\dots000000 < 14,657999999999\dots99999 < 14,6580000\dots000000 \quad (V-1)$$

វិសមីការនេះត្រូវតែ $14,657999999999\dots99999 \neq 14,6580000\dots000000$

នេះមកពី នៅក្នុង $14,657999999999\dots99999$ មានដេស៊ីម៉ាល 9 ច្រើនពេករាប់មិនអស់! ។

ដើម្បី ការស្នើ-VI-6-2 ត្រូវ ទាល់តែដេស៊ីម៉ាល 9 មានតិច គឺដេស៊ីម៉ាល ខុសពី 9 មាន ច្រើនរហូតដល់អនន្ត ។ យើងគ្រាន់តែមើល ឧទាហរណ៍ខាងលើ បើយើងជុំនួស $999\dots99$

ដោយដេស៊ីម៉ាល ខុសពី 9 (គឺថា $n > 3$) ឧបមា $n = 10$ នោះ (V-1) ទៅជា

$$14,657123456700\dots0000 < 14,657123456799\dots99999 < 14,6571234568000\dots000 \quad (V-2)$$

យើងឃើញថា A និង \bar{A} ស្មើគ្នា រហូតដល់ $n-1 = 10 - 1 = 9$ ។ ចុះបើ $n \rightarrow +\infty$ (ចំពោះ

A មិននៅក្នុង Δ_0) នោះ A និង \bar{A} ស្មើគ្នា រហូតដល់ $n-1 \rightarrow +\infty$ ។ គឺថា $A = \bar{A}, \forall n$ ។

ស្វិតកើននៃចំនួនពិត

គេឲ្យ A^∞ ស្វិតកើន និងទាល់លើ នៃចំនួនពិត គឺថាជាធាតុនៃសំនុំ $\Delta - \Delta_0$ ។ យើងតាង

ដោយ $A = \sup_{\Delta}(A^{\alpha})$ ជាគោលទាល់លើ នៅក្នុង Δ នៃស្វ៊ីត^៦ A^{α}

បើ $A \notin \Delta$, យើងអាចថា ចំនួនពិត A គឺជា គោលទាល់លើ នៃស្វ៊ីត A^{α} នៅក្នុង R ក៏ដូចនៅ
ក្នុង Δ ។ បើ A នៅក្នុង Δ , នោះដោយ ការស្នើ-VI-6-1 យើងអាចថា \bar{A} ជាចំនួនពិត មួយ
តូចដែល យ៉ាងហោចណាស់ ក៏ស្មើនឹង តួទាងអស់របស់ស្វ៊ីត ។ យក៏អាចថា៖

ការស្នើ-VI-6-3

បើ (A^{α}) ជា ស្វ៊ីត កើន និង ទាល់លើ នៃចំនួនពិត នោះសំនុំ នៃចំនួន A^{α} មាន
គោលទាល់លើនៅក្នុង R ។ គោលទាល់លើនេះ ដែលយើងនឹងតាងដោយ
 $\sup_R(A^{\alpha})$ មានដំណាងគឺ D.D.I. $\sup_{\Delta}(A^{\alpha})$ ។

^៦ មើល ការស្នើ-VI-5-1