5. ការពង្រីកដេស៊ីមាលដោយគ្មានទីបញ្ចប់ (Développements décimaux illimités).

និយមន័យ

យើងហៅថា ការពង្រីកដេស៊ីមាលដោយគ្មានទីបញ្ចប់ សរសេរជាអក្សរកាត់ដោយ (**D.D.I.**) គឺជា ស្វ៊ីតអនន្ត នៃចំនួនគត់ $a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ ដែលមាន តួទីមួយ a_0 ជា ចំនួនគត់រឺឡាទីប ហើយតួបន្តបន្ទាប់ទៅទាំងអស់ a_i (i≥ 1) ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង $0 \le a_i \le 9$ ។ **D.D.I.** កំណត់ដោយ ស្វ៊ីត (a_i) នឹងតាងដោយ **A**= $a_0,a_1a_2a_3..a_n\ldots$

ចំនួន a_0 ហៅថា **ផ្នែកគត់នៃ A** ហើយ ចំនួន a_n ($n \ge 1$) ហៅថា ***ដេស៊ីមាលជួរ n*** (décimale de rang n)។

ហើយមុននឹងបញ្ចប់ **ចំនួនដេស៊ីមាលរឺឡាទីប** (le nombre décimal relatif)

$$A_n = a_0,a_1a_2a_3..a_n = \sum_{i=0}^{n} 10^{-i}\, a_i$$

ជា តម្លៃដេស៊ីមាលប្រហែល លំដាប់ n នៃ A (valeur décimale approchée d'ordre n de A) ។

-បើ ចំពោះ $p > n$, គេមាន $a_p = 0$ នោះគេថា A[1] ជាតំណាង ចំនួនដេស៊ីមាល A_n ។

គួរកត់ថា ចំនួនដេស៊ីមាលធម្មតានីមួយៗ មានតំណាង **D.D.I.** តែមួយគត់ ដែល មានចំនួនដេស៊ីមាល ខុសពីសូន្យ មិនអនន្ត[2]។

ដូច្នេះ គេមាន ការត្រូវគ្នាប៊ីសេចទីវ (correspondance bijective)រវាង សំនុំD[3] នៃចំនួន

---

[1] កុំភ្លេចថា A ជា **D.D.I**

[2] ព្រោះ D.D.I អាចមានដេស៊ីមាល ខុសពីសូន្យ មានច្រើនរហូតដល់អនន្ត ក៏មានដែរ។

[3] D សំនុំនៃចំនួនទសភាគធម្មតាដែលយើងប្រើរាល់ថ្ងៃ ឧបមាដូចជា ចំនួន 3,14 ឬ 1250,034 ជាដើម ។

ដេស៊ីមាលធម្មតា និង សំនុំΔ_0[4] នៃ **D.D.I**. ដែលមានសូន្យច្រើនដល់អនន្តនៅខាងចុង។ សំនុំនៃ **D.D.I**. ទាំងអស់ នឹងតាងដោយ Δ ។

ទំនាក់ទំនងនៃលំដាប់ (Relation d'ordre).

ដើម្បីកំណត់ប្រមាណវិធី លើចំនួន **D.D.I**. យើងនឹងទុកថា ចំនួន **D.D.I** ជាលីមីតនៃស្វីតកើន នៃចំនួនដេស៊ីមាល (nous considérerons les DDI comme limites de suites croissantes de nombre décimaux). ។ ដូច្នេះយើងត្រូវកំណត់ជាមុននូវនិយមន័យរបស់ ទំនាក់ទំនងនៃលំដាប់ កំណត់លើ Δ ដោយថា ទំនាក់ទំនងនៃលំដាប់ នេះ ត្រូវគ្នានឹង ទំនាក់ទំនងនៃលំដាប់ កំណត់លើ Δ_0 កាលណា Δ_0 ដូចគ្នានឹង D ហើយនៅពេលនោះយើងយក ទំនាក់ទំនងនៃលំដាប់**ធម្មតា** លើ D មកកំណត់លើ Δ_0 ។

ដោយសំដៅជានិច្ច A_n ជា តម្លៃដេស៊ីមាលប្រហែល លំដាប់ n នៃ A (ដោយ A ជា D.D.I.) យើងបាន ទំនាក់ទំនងនៃលំដាប់ លើ Δ ដោយសន្មត ថា ៖

$$\boxed{A \leq B \text{ បើកាលណាចំពោះ ចំនួន } n\epsilon N \text{ ណាមួយក៏ដោយ, គេបាន } A_n \leq B_n \quad \textbf{(R1)}}$$

ដោយប្រើ (R1) យើងត្រូវបង្ហាញថា ៖

1/ $A \leq A$ ជាទំនាក់ទំនងត្រូវ

$A \leq A$ => ចំពោះ ចំនួន $n\epsilon N$ ណាមួយក៏ដោយ គេបាន $A_n \leq A_n$ ។

ដោយ A_n ជាចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាលធម្មតា អះអាងថា $A_n \leq A_n$ នេះត្រូវ ហើយក៏ត្រូវ $\forall n\epsilon N$ ទៀត ដូច្នេះ យើងក៏អាចសន្និដ្ឋានថា $A \leq A$ ត្រូវ ។ ចំពោះ ទំនាក់ទំនង

[4] D. D. I នៅក្នុង Δ_0 គឺ D.D.I. ដែលមានសូន្យនៅខាងចុង ច្រើនដល់អនន្ត ដូចជា 85,367000..000…..ជាដើម។
D. D. I នៅក្នុង Δ_9 គឺ D.D.I. ដែលមានលេខ 9 នៅខាងចុង ច្រើនដល់អនន្ត ដូចជា 5,367999…9999..ជាដើម។

$A \le A$ នេះ គេហៅថា ទំនាក់ទំនង រេហ្វិចស៊ីវ (la relation est réflexive)

2/ $A \le B$ និង $B \le C$ => $A \le C$

ដោយ $A \le B$ => $A_n \le B_n$, ដោយ (R1) } => $A_n \le C_n$ នេះត្រូវ

ដោយ $B \le C$ => $B_n \le C_n$, ដោយ (R1) } ហើយក៏ត្រូវ $\forall n \epsilon N$ ដែរ ។

គឺថាយើងបាន $A \le C$ ដូច្នេះ

[$A \le B$ និង $B \le C$ => $A \le C$] ការអះអាងនេះត្រូវ ហើយគេហៅថាជា ទំនាក់ទំនង ត្រង់ស៊ីស៊ីវ (la relation est transitive) ។

3/ ចំពោះ ចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាលធម្មតា ៖

$$\left.\begin{array}{l} A_n \le B_n \\ B_n \le A_n \end{array}\right\} \Rightarrow A_n = B_n \quad \forall n \epsilon N,$$

នោះយើងអាចទាញយកដោយ (R1), A = B

ដូច្នេះ $A \le B$ ជា ទំនាក់ទំនងអង់ទីស៊ីមេទ្រិក (la relation est antisymétrique) ។

យើងសង្កេតថា $A_n \le B_n$ => $A_p \le B_p$ ចំពោះ $p < n$ ។

បើ $A \epsilon \Delta_0$ និង $B \epsilon \Delta_0$ នោះ A និង B ជាចំនួនដំណាងតែរៀងខ្លួន នៃចំនួនដេស៊ីមាល A_n និង B_n ដូច្នេះយើងឃើញថា $\boxed{A \le B \Leftrightarrow A_n \le B_n}$ (R2)

តែ តើ ទំនាក់ទំនង $A \le B$ ក្នុង (R2) នេះ ក៏នៅតែប្រើបានលើ សំនុំ Δ ដែរឬទេ ? យើងឆ្លើយថាប្រើបានដោយ យើងឲ្យរបៀបសម្រាប់ ប្រៀបធៀប ពីរចំនួន D.D.I. ជាទូទៅ ៖

លក្ខណវិនិច្ឆ័យ ក្នុងការប្រៀបធៀប (Critère de comparaison).

គេឲ្យ $A = a_0, a_1 a_2 \ldots\ldots a_n \ldots\ldots$ និង $B = b_0, b_1 b_2 \ldots\ldots\ldots b_n \ldots\ldots$ ពីរ D.D.I. ជាទូទៅ។

ដើម្បីថា $A > B$ ត្រូវតែនិងគ្រាន់តែ មានចំនួនគត់ n មួយដែលធ្វើឲ្យ $a_n > b_n$ និង

$a_i = b_i$ ចំពោះ $i < n$ ។

លក្ខណវិនិច្ឆ័យនេះបាន ពីក្បួនដែលយើងធ្លាប់តែប្រើក្នុងការប្រៀបធៀបពីរចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាល។ គេក៏អាចថា ពីរចំនួន D.D.I. មិនស្មើគ្នា កាលណាក្នុងការប្រៀបធៀបដេស៊ីមាលនិងដេស៊ីមាល មានចំនួនដេស៊ីមាលណាមួយខុសពីគ្នាជាលើកដំបូង ហើយនៅពេលនោះ យើងក៏អាចប្រៀបធៀបនឹងគ្នានូវចំនួន D.D.I. ទាំងពីរនោះ ។ ដោយរបៀបនេះ យើងអាចប្រៀបធៀបពីរចំនួន D.D.I. ជាទូទៅ ។ ដូច្នេះ ទំនាក់ទំនង $A \leq B$ ជាទំនាក់ទំនងនៃលំដាប់ទាំងអស់ (relation d'ordre totale)[5] ។

<u>អនុវត្តន៍</u>

1/ យើង ថាសូន្យ (0) គឺ D.D.I. ដែល តួទាំងអស់ សុទ្ធតែសូន្យ ៖ កំណត់ដោយ $a_i = 0$, $\forall i$;

ហើយគេឲ្យចំនួន D.D.I. មួយ $A = a_0,a_1a_2 \ldots\ldots a_n \ldots\ldots$

ទំនាក់ទំនង $A \geq 0$ សមមូលនឹង $a_0 \geq 0$ ។ ផ្ទុយទៅវិញ បើ $a_0 \geq 0$ នោះយើងថា A វិជ្ជមាន ។ ក៏ដូចគ្នាដែរ យើងថា A អវិជ្ជមាន កាលណា វា ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង ទំនាក់ទំនង $A \leq 0$; ហើយយើងសង្កេតថា $A < 0$ សមមូលនឹង $a_0 < 0$[6]។

2/ ចំនួន D.D.I. $A = a_0,a_1a_2 \ldots\ldots a_n \ldots$ គឺជាចំនួនតូចបំផុតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់នឹងទំនាក់ទំនង $A \geq A_n$, $\forall n$: តាមនិយមន័យគោលទាល់លើ (borne supérieure) A ជា គោលទាល់លើនៃ ចំនួនដេស៊ីមាល $A_n = a_0,a_1a_2 \ldots\ldots a_n$,$(\forall n)$ ទាំងអស់។

យើងសង្កេតថា ស្វីត A_n ជាស្វីតកើន ហើយ A ជាចំនួន D.D.I. តែមួយគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង $A_n \leq A < A_n + 10^{-n}$ <u>ចំពោះចំនួន n នីមួយៗ</u> ។ នេះក៏ឲ្យឃើញកាន់

---

[5] បានន័យថា បើគេឲ្យពីរចំនួន D.D.I., A និង B គេអាចប្រៀបធៀប ពីរចំនួននេះជានិច្ច គឺថាគេអាចសរសេរ៖ $A \leq B$ ឬ $A \geq B$ ឬ $A = B$ ។

[6] ចូរមើល §2-ការសរសេរចំនួនទសភាគរីឡាទីប (nombre décimaux relatifs) មួយបែបទៀត ។

តែត្រូវនូវឈ្មោះថា A_n ជាចំនួនដេស៊ីមាល ប្រហែល ។

ស៊ីតគ្មានប្រែប្រួល (suite monotone).

យើងធ្លាប់ដឹងមកហើយ ស៊ីតកើន ឬ ស៊ីតចុះ តែស៊ីតគ្មានប្រែប្រួល គឺថា បើកើន គឺកើន រហូតៗទៅ ឥតមានប្រែលប្រួល ហើយបើចុះគឺចុះ រហូតៗទៅ ឥតមានប្រែលប្រួល ។

គេឲ្យ ស៊ីត (A^{α}) កំណត់ដោយតួ ៖

$A^{\alpha} = a_0{}^{\alpha}, a_1{}^{\alpha} a_2{}^{\alpha} \ldots \ldots . a_n{}^{\alpha} \ldots \ldots (\alpha = 1,2, \ldots ., p, \ldots)$ ជា D.D.I ។

គេថា ស៊ីត (A^{α})នេះ កើន [ឬចុះ] បើកាលណា ∀α គេបាន $A^{\alpha+1} \geq A^{\alpha}$ [ឬ $A^{\alpha+1} \leq A^{\alpha}$] ;

គេថា ស៊ីត (A^{α})នេះ ដំឡើង (suite majorée)[ឬ បញ្ចុះ] (suite minorée) បើកាលណាមាន លេខផ្នែកដេស៊ីមាលគ្មានទីបញ្ចប់ B មួយ ដែលគេបាន $A^{\alpha} \leq B$ [ឬ $A^{\alpha} \geq B$] , ∀α ។

ឥឡូវគេឲ្យ (A^{α}) ស៊ីតកើន នៃ D.D.I. ដំឡើងដោយ $B = b_0, b_1 \ldots . b_n \ldots$

ដូច្នេះ ស៊ីតនៃចំនួនគត់ a_0^{α}[7] ចាំបាច់ត្រូវជាស៊ីតកើន ហើយមាន b_0 ជាចំនួនដំឡើង ។

យើងសួរថាតើ ស៊ីត (a_0^{α}) កើនរហូតបានទេ ? ឬក៏នៅ «នឹង » មិនប្រែប្រួល នៅពេល ណាមួយ ? ឆ្លើយថា ដោយ a_0^{α} ត្រូវតូចជាង b_0 $(a_0^{\alpha} \leq b_0)$ ∀α , ដូច្នេះ a_0^{α} មិនអាចកើន ឲ្យហួស b_0 ទេ ។ វាត្រូវតែឈប់កើននៅពេលណាមួយ បានន័យថា វា ត្រូវតែនៅនឹងចាប់ពី ចំនួន α ណាមួយទៅ ។ ដូច្នេះ គេថា (a_0^{α}) ជា ស៊ីតគ្មានប្រែប្រួល ។

សំនុំ E_0 នៃចំនួន a_0^{α} ជាសំនុំ នៃចំនួនគត់រឺឡាទីប[8] នៅក្នុងចន្លោះ $(a_0^1 \,;\, b_0)$ ដូច្នេះ E_0 ជា សំនុំកំណត់ ហើយបើគេតាង $a_0{}^{\alpha_0} = a_0$ ជាធាតុធំជាងគេនៅក្នុង E_0 នៅពេលនោះ

---

[7] យើងធ្លាប់តែឃើញ ស៊ីត (u_n) ដោយ n ជាអថេរ (n = 0, 1, 2,….,p,…)

នៅពេលនេះគឺ ស៊ីត $(a_0{}^{\alpha})$ មាន α ជាអថេរ (α= 0, 1, 2,….,p,…) គឺស៊ីត : $a_0{}^1, a_0{}^2, a_0{}^3, \ldots ., a_0{}^{\alpha}, \ldots .$

[8] $a_0{}^{\alpha}$ ចំនួនគត់រឺឡាទីប ដូចជា -12, -11, -10,…..,2, 3,….,… ជាស៊ីតកើន ពី $\alpha = 1$ ឡើងទៅ ហើយគ្មានប្រែប្រួល ពី $\alpha \geq \alpha_0$ ឡើងទៅ ។

គេបាន $a_0{}^{\alpha} = a_0$ ចំពោះ $\alpha \geq \alpha_0$ ។

ចាប់ពី $\alpha \geq \alpha_0$ ដោយស៊ីត (A^{α}) កើន នោះគេបាន $A^{\alpha+1} \geq A^{\alpha}$ ដែលបណ្ដាលឲ្យ $a_1^{\alpha+1} \geq a_1^{\alpha}$ ។ រួមសេចក្ដីទៅ ចាប់ពី $\alpha \geq \alpha_0$ ស៊ីត (a_1^{α}) ជាស៊ីតកើន តែដោយ a_1^{α} ជា ដេស៊ីមាល នោះ $0 \leq a_1{}^{\alpha} \leq 9$, $\forall\alpha$ ។ ដោយ ស៊ីត $(a_1{}^{\alpha})$ កើន ហើយតួទីមួយៗ យកតម្លៃបានតែពី 0 ទៅ 9 នោះត្រូវតែនៅពេលណាមួយ តួទាំងនោះត្រូវតែឈប់កើន ហើយនៅ នឹង ដដែល ។ យើងតាងដោយគូ $(a_1 ; \alpha_1)$ ចំនួន ដែល $\alpha \geq \alpha_1$ ឲ្យ $a_1{}^{\alpha} = a_1$ ។

ដោយបកស្រាយដូចខាងលើ គេបង្ហាញថា ចំពោះ $\alpha \geq \alpha_1$ ស៊ីត $(a_2{}^{\alpha})$ កើន ហើយដោយតួទាំងអស់ ធំបំផុតត្រឹម 9 ដូច្នេះស៊ីតនេះ ក៏ជាស៊ីតគ្មានប្រែប្រួលដែរ ចាប់ពី $\alpha \geq \alpha_2$ ។ ដូច្នេះគេក៏បានគូ $(a_2 ; \alpha_2)$ ដែល $\alpha \geq \alpha_2$ ឲ្យ $a_2{}^{\alpha} = a_2$ ។

ហើយដោយ រេគារ៉ង់លើ n (récurrence sur n)[9] គេបានគូ $(a_n ; \alpha_n)$ ដែល $\alpha \geq \alpha_n$ ឲ្យ $a_n{}^{\alpha} = a_n$ ។

<u>រួមសេចក្ដីទៅបើ</u>

បើស៊ីត (A^{α}) កើន ហើយជាប់ឡើង B នោះ គេអាច ផ្គូ វា (on associe) ជាមួយនឹងចំនួនដេស៊ីមាលគ្មានទីបញ្ចប់ $A = a_0, a_1 a_2 \ldots\ldots a_n \ldots\ldots$

ដែលជា ចំនួនដេស៊ីមាល <u>តូចជាងគេ</u> ក្នុងចំណោមចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាលផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង $A \geq A^{\alpha}$,

---

តែចំពោះ $a_1{}^{\alpha}$ ចំនួនគត់វិជ្ជមាននៅចន្លោះ (0 ; 9) ដូចជា 0,1,5, 4, 3, ….2,3,4,….,7,8,8,8,….. ជាស៊ីតកើន ពី $\alpha \geq \alpha_0$ ឡើងទៅរហូតដល់ α_1 ហើយគ្មានប្រែប្រួល ពី $\alpha \geq \alpha_1$ ឡើងទៅ ។

[9] រេគារ៉ង់លើ n គឺជារបៀបបង្ហាញមួយ ដែលដោយការសង្កេតឃើញថា « ទំនាក់ទំនងមួយ » ត្រូវ ចំពោះ n = 1 នោះគេក៏ពង្រីកថាវា ក៏នៅតែត្រូវ ចំពោះ តម្លៃ n ឯទៀតៗដែរ រហូតដល់ n ទៅអនន្ត ។

$\forall\alpha$ ពីព្រោះថា បើគេឲ្យ n $(n \in N)$ គេក៏បាន α_n ដែល $\alpha \geq \alpha_n$ ឲ្យ $A_n{}^{\alpha} = A_n$[10] ។ ម្យ៉ាងទៀត $B \geq A^{\alpha}$ តម្រូវឲ្យ $B_n \geq A_n^{\alpha}$។ ដោយថា $B \geq A^{\alpha}$ គ្រប់តម្លៃ α ដូច្នេះគេក៏បាន $B_n \geq A_n, \forall n,$ គឺថា $B \geq A$ ។

<u>ការស្នើ</u>-VI-5-1.

បើ A^{α} ជាស៊ីត កើន និងមានD.D.I. ដំឡើង (majoré) នោះគេមាន ចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាលគ្មានទីបញ្ចប់ A មួយ និងស៊ីតចំនួនគត់ α_n ដែលចំពោះ $\alpha \geq \alpha_n$ គេបាន $A_n^{\alpha} = A_n$ ។ A ជា D.D.I. គោលទាល់លើ (la borne supérieure) នៃ ចំនួន A^{α} ទាំងអស់ ហើយគេនឹងតាង ដោយ $A = sup_{\Delta}(A^{\alpha})$ ។

<u>តទៅនេះគឺការពន្យល់បន្ថែមនូវ ស៊ីត (A^{α}) នៃ D.D.I ដោយប្រើតារាង</u>

[10] $A_n = a_0, a_1 a_2 \dots\dots a_n$

$A^\alpha = {a_0}^\alpha, {a_1}^\alpha {a_2}^\alpha \ldots \ldots . {a_n}^\alpha \ldots \ldots (\alpha = 1,2, \ldots ., p, \ldots .)$

ស៊ីត (a_0^α)

ស៊ីត (a_1^α)

តួទី1នៃស៊ីតA^α

តួទី2នៃស៊ីតA^α

		តម្លៃ n								
តម្លៃ	A_n^α	0	1	2		n	n+1			$+\infty$
	$\alpha = 1$	a_0^1	a_1^1	a_2^1		a_n^1	a_{n+1}^1	...	...	
	$\alpha = 2$	a_0^2	a_1^2	a_2^2		a_n^2	a_{n+1}^2	...	...	
	....	...	...	...	..	..	...	...	..	
	$\alpha = \alpha_0$	$a_0^{\alpha_0} = a_0$	$a_1^{\alpha_0}$	$a_2^{\alpha_0}$		$a_n^{\alpha_0}$	$a_{n+1}^{\alpha_0}$	....	....	
		a_0	$a_1^{\alpha_0+1}$	..	..	..	..	..	..	
α		a_0								
	$\alpha = \alpha_1$	...	$a_1^{\alpha_1}=a_1$			$a_n^{\alpha_1}$				
		...	a_1							
	$\alpha = \alpha_2$	a_0	a_1	$a_2^{\alpha_2}=a_2$		$a_n^{\alpha_2}$			...	
		..	...	...		..	...	...	...	
	A	a_0	a_1	a_2		a_n	a_{n+1}			
	B	b_0	b_1	b_2		b_n	b_{n+1}			
	$+\infty$									

សង្កេត

ចំពោះតារាងខាងលើ យើងឃើញ $\alpha_0 \le \alpha_1 \le \alpha_2$ ហើយ មកដល់ α_2 យើងឃើញ

$a_0^{\alpha_2} = a_0$ $a_1^{\alpha_2} = a_1$ $a_2^{\alpha_2} = a_2$ => $A_2^{\alpha_2} = a_0, a_1 a_2$ ហើយ ចំពោះ $\alpha \ge \alpha_2$

$A_2^{\alpha} = a_0, a_1 a_2$ ។ ដោយ $A_2 = a_0, a_1 a_2$ ដូច្នេះយើងបាន

ចំពោះ $\alpha \geq \alpha_2$, $A_2^{\alpha} = A_2$ (R1) នេះជាលទ្ធផល ចំពោះ $n = 2$។ ដូច្នេះ ចំពោះ n **(R1)** ទៅជា ៖ **ចំពោះ $\alpha \geq \alpha_n$, $A_n^{\alpha} = A_{\mathrm{n}}$** ។

B ≥ A^{α} => [$B_n \geq A_n^{\alpha}$, $\forall \alpha$] => [$B_n \geq A_n$, $\forall n$] => $B \geq$ A ។

គេក៏បានដូច ការស្នើ-VI-5-1. ដែរដោយផ្លូវ A^{α} ជាស្វីត កើន មានD.D.I. ដំឡើង (majoré) មកជា A^{α} ជាស្វីតចុះ មាន D.D.I. បញ្ចុះ (minoré) នៅពេលនោះ ស្វីត A^{α} មានគោលទាល់ក្រោម (la borne inférieure) A ដែលគេ នឹងតាងដោយ $A = inf_{\Delta}(A^{\alpha})$ ។

ហើយ A ជា D.D.I. ដែលធំជាងគេក្នុងពពួក D.D.I. ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង $A \leq A^{\alpha}, \forall \alpha \in N$ (គឺថា A យ៉ាងធំបំផុត ស្មើនឹងតួ A^{α} ចំពោះតម្លៃ α ណាក៏ដោយ)។

<u>ការស្នើ-VI-5-2.</u>

បើ A^{α} និង B^{α} ជាស្វីត កើនទាំងពីរ ទាល់លើទាំងពីរ ដោយ D.D.I. និងចំពោះតម្លៃ **α** ទីមួយៗ ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង**ទំនាក់ទំនង $A^{\alpha} \leq B^{\alpha}$ ហើយបើគេតាងដោយ $A = sup_{\Delta}(A^{\alpha})$ និង $B = sup_{\Delta}(B^{\alpha})$ <u>នៅពេលនោះ</u> គេបាន៖ $A \leq B$ ។**

បានន័យថា៖

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{A^{\alpha} \leq B^{\alpha}} \\ &\boldsymbol{A = sup_{\Delta}(A^{\alpha})} \text{ និង } \boldsymbol{B = sup_{\Delta}(B^{\alpha})} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boldsymbol{A \leq B}$$

ដោយប្រើ ការស្នើ-VI-5-1. (ពីព្រោះ ស៊ីតA^{α} និង B^{α} កើននិងទាល់លើ) ដូច្នេះ យើងអាចរកស៊ីតនៃចំនួនគត់ α_n ដែលចំពោះ $\alpha \geq \alpha_n$ យើងបាន ទាំងពីរ[11] $A_n^{\alpha} = A_n$ និង $B_n^{\alpha} = B_n$។ ដូច្នេះ ចំពោះ តម្លៃ n នីមួយៗ គេបាន $A_n \leq B_n$ គឺថា $A \leq B$ ។

បន្ទាប់ទៅនេះ យើងអាចសិក្សា តែក្នុង D.D.I. ដូចជាកំណត់ពិធី បូក A+B នៃពីរ D.D.I. គឺជា គោលទាល់លើ នៃស៊ីតកើន A_n+B_n ។ យើងឃើញថា ពិធីបូកនេះ មានលក្ខណ: ត្រលប់ (commutative) ហើយគេក៏អាចថា វាមានមានលក្ខណ: ផ្តុំដែរ (associative)។ តែចំពោះលក្ខណ: ផ្តុំ បើកាលណាយើងពង្រីកឲ្យវែងឆ្ងាយ នោះអាចជួបនូវចំណោទ្យ

[11] ចូរមើលតារាងខាងលើ ចំពោះ n = 0 យើងបានα_0 , ចំពោះ n = 1 យើងបានα_1 , នេះចំពោះស៊ីត A^{α} ។ ឥឡូវ មានស៊ីតដល់ទៅពីរ គឺ A^{α} និង B^{α} ដូច្នេះ ដើម្បី ញែក $(\alpha_0, \alpha_{1,..})$នៃស៊ីត A^{α} ចេញពី $(\alpha_0, \alpha_{1,..})$ នៃស៊ីត B^{α} នោះយើង សន្មតតាង α^A ជា α ប្រើចំពោះស៊ីត A^{α} និង α^B ជា α ប្រើចំពោះស៊ីត B^{α} ។ ដោយ ស៊ីតពីរ អាចខុសគ្នា ដូច្នេះ $\alpha_0^A \neq \alpha_0^B$, $\alpha_1^A \neq \alpha_1^B$ ។ ដូចយើងឃើញនៅតារាងខាងលើស្រាប់ហើយ បើយើងតាងស៊ីត A^{α} និងស៊ីតB^{α} ដោយ $A^{\alpha} = {a_0}^{\alpha},{a_1}^{\alpha}{a_2}^{\alpha} \ldots \ldots .{a_n}^{\alpha} \ldots \ldots (\alpha = 1,2, \ldots ., p, \ldots)$

$B^{\alpha} = {b_0}^{\alpha},{b_1}^{\alpha}{b_2}^{\alpha} \ldots \ldots .{b_n}^{\alpha} \ldots \ldots (\alpha = 1,2, \ldots ., p, \ldots)$ នោះ ចំពោះ A^{α} ៖

α_0^A គឺជា ចំនួនគត់ ដែល ចំពោះ $\alpha \geq \alpha_0^A$ ធ្វើឲ្យ a_0^{α} មិនប្រែប្រួល (ឧបមា $a_0^{\alpha} = 235$) នេះចំពោះ n = 0

α_1^A គឺជាចំនួនគត់ ដែល ចំពោះ $\alpha \geq \alpha_1^A \geq \alpha_0^A$ ធ្វើឲ្យ a_1^{α} មិនប្រែប្រួល (ឧបមា $a_1^{\alpha} = 5$)នេះចំពោះ n = 1

ហើយចំពោះ B^{α} ៖

α_0^B គឺជា ចំនួនគត់ ដែល ចំពោះ $\alpha \geq \alpha_0^B$ ធ្វើឲ្យ b_0^{α} មិនប្រែប្រួល (ឧបមា $b_0^{\alpha} = 201$) នេះចំពោះ n = 0

α_1^B គឺជាចំនួនគត់ ដែល ចំពោះ $\alpha \geq \alpha_1^B \geq \alpha_0^B$ ធ្វើឲ្យ b_1^{α} មិនប្រែប្រួល (ឧបមា $b_1^{\alpha} = 7$)នេះចំពោះ n = 1

តើយើងត្រូវយក α_0ប៉ុន្មាន ដើម្បី ឲ្យ a_0^{α} និង b_0^{α} មិនប្រែប្រួលទាំងពីរ គឺយើងយក $\alpha_1 = \sup(\alpha_1^A, \alpha_1^B)$ ។ តាមនិយមន័យ របស់ ពាក្យ sup គឺ ក្នុងពពួកចំនួនដែលនៅក្នុងវង្វង់ក្រចក គេយកចំនួនណាដែលធំជាងគេបង្អស់ ឧបមា ៖ sup(5,2,7,4) = 7 ។

ដែលពុំអាច ឲ្យយើង យក D.D.I. ជា <u>ចំនួនទូទៅ</u> នៃចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាលបាន (des anomalies qui nous empêcher de considérer les D.D.I. comme une bonne généralisation de la notion de nombre réel)។

<u>ឧទាហរណ៍ដូចតទៅនេះ៖</u>

1/ ពិធីបូក នៃ D.D.I. ដែលមិនត្រូវនឹងក្បួនសម្រួល(règle de simplification) ៖

ឧបមាដូចជា : **0,9999…..+ 0,1111**…….. = 1,1111….. = **1 + 0,1111…** បង្ហាញឲ្យឃើញថា ទំនាក់ទំនង A+C = B+C មិនឲ្យ A = B ទេ ដូច្នេះ យើងក៏ពិបាកនឹងកំណត់ឲ្យច្បាស់នូវ ពិធីសង នៃ ពីរ D.D.I. ដែរ។

2/ គេពុំអាចរក D.D.I. ដែលនៅចន្លោះ ពីរ D.D.I. ដូចជា 1 និង 0,9999…….. (មើលការស្មើ-VI-6-1.) ។

3/ - ចំនួន D.D.I. A = $\bar{1}$,9999….. បំពេញ ទំនាក់ទំនង A+A =A ដូច្នេះ nA = A បើគេកំណត់ nA គឺជាផលបូក នៃ A n ដង ។

ដូច្នេះ សំនុំ D.D.I. មិនជាប់ទេ ដូច្នេះ មិនបំពេញ **ស្វ័យស័ត្យ អារស៊ីមែដ** ។

ភាពពិបាកនេះ មកពីមាន D.D.I. ដែលនៅខាងចុង មានលេខ 9 គ្មានទីបញ្ចប់ ។ គេមិនជួប នឹង D.D.I. បែបនេះទេ បើកាលណាគេធ្វើលេខចែក ឬ រកឬសការេ បើសិនគេមិនប្រឹងប្រែង យកលេខតូចពេក នៅពេលចែក ឬពេលរកឬសការេ ។ ដូច្នេះយើងរករបៀបយ៉ាងណា ដើម្បីបំបាត់ <u>**ការពង្រីកដេស៊ីមាលប្លែក**</u> នេះ ហើយនៅពេលនោះនឹងបាន សញ្ញាណនៃចំនួនពិត (la notion de nombre réel) ។