2. ចំនួនដេស៊ីមាល - ចំនួនប្រហែលរហូតដល់ដេស៊ីមាល (nombres décimaux – Approximations décimales)

ដើម្បី ងាយយល់ យើងសង្កេត នូវចំនួន សនិទានខ្លះ ដូចជា $\frac{1}{7}$ ឬចំនួន អសនិទានដូចជា $\sqrt{2}$ តើចំនួន ទាំងពីរនេះ ខុសគ្នាដោយរបៀបណាខ្លះ ?

a/ ចំពោះ 1/7 បើយើងធ្វើលេខចែកធម្មតា តាមដែលយើងធ្លាប់ធ្វើ គឺ យក 1 ទៅចែកនឹង 7 ហើយដោយចែកមិនដាច់ ព្រោះចេះតែនៅមានសល់ នោះយើងបន្ថែម សូន្យ ហើយបន្ត លេខចែកតទៅទៀត។ បើយើងតាងដោយ r ចំនួនសល់ ទាំងឡាយ កាលណាយើងចេះតែបន្តលេខចែកនេះ យើងនឹងឃើញថា r ជាចំនួនគត់ នៅក្នុងចន្លោះ [1 ; 6] ($1 \leq r \leq 6$) ព្រោះថា $r < 7$ ហើយយើងចែកមិនដាច់ (បើចែកដាច់ $r = 0$)។ បើសរសេរជាសំនុំ $r \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ដូច្នេះ r មានតែ ប្រាំមួយ តម្លៃ តែប៉ុណ្ណោះ ហើយបើយើងបន្តលេខចែក (ដោយថែមសូន្យ) លើសពី ប្រាំមួយដង តើ សំណល់ r អាចត្រឡប់ វិលមករក សំណល់ចាស់ពីមុននោះទេ ? យើងឆ្លើយថា វិលមករកសំណល់ចាស់ជានិច្ច ។ បើមិនជឿ សាកល្បងធ្វើលេខចែកខាងលើនេះចុះ ហើយនឹងឃើញដូចខាងក្រោមនេះ ៖

TAB-1

1/7 ≅ 0, 142.857	(a1)
1 /7 ≅ 0, 142.857.142	(a2
1 /7 ≅ 0,142.857.142.8	a3)
1 /7 ≅ 0,142.857.142.85	(a4)

ដោយសង្កេត តារាងខាងលើនេះ យើងទាញបាននូវលទ្ធផលអ្វីខ្លះ ?

1- ដោយ ភាគយក 1 តូចជាងភាគបែង 7 នោះយើងត្រូវថែមសូន្យហើយ ដាក់កណ្តាក់សញ្ញា មុននឹងចាប់ធ្វើលេខចែកជាដំបូង ហើយយើងបាន : 0,1 ។

មើលបន្ទាត់ (a1) ៖

លើក ទី ១ យើងបានលេខ 1

លើក ទី ២ យើងបានលេខ 4

លើក ទី ៣ យើងបានលេខ 2

លើក ទី ៤ យើងបានលេខ 8

លើក ទី ៥ យើងបានលេខ 5

លើក ទី ៦ យើងបានលេខ 7

លើក ទី ៧ យើងបានលេខ 1 (មើលបន្ទាត់ (a2))

លើក ទី ៨ យើងបានលេខ 4 (មើលបន្ទាត់ (a2))

2- ដោយចែកមិនដាច់ បន្ទាប់ពីចែក ប្រាំមួយដងមក យើងឃើញថា ដេស៊ីមាល ទី៧ ស្មើនឹងដេស៊ីមាល ទីមួយ ហើយដេស៊ីមាល ទី៨ ស្មើនឹងដេស៊ីមាល ទី២ បានន័យថា លទ្ធផលនៃការចែក 1/7 ជាចំនួនដេស៊ីមាល**ខួប** (T) ដោយ T = 6 ។ ហើយ T = 6 នេះ មកពីសំណល់ r ដែលត្រូវ តូចជាង 7 ដូចបានពន្យល់ខាងលើរួចមកហើយ ។

3- ដោយ 1/7 ជាចំនួនដេស៊ីមាល ខួប នោះក្នុងការប្រើប្រាស់ គេពុំអាចសរសេរ រហូតដល់អនន្តនោះទេ ដូច្នេះ គេត្រូវតែកាត់ យកត្រឹមណាមួយ បើយកដេស៊ីមាល កាន់តែច្រើន ចំនួនកាត់នោះ [ហៅថា **ចំនួនប្រហែល**] ក៏កាន់តែជិតតម្លៃត្រឹមត្រូវ ។ មើល TAB-1 យើងឃើញថា 1/7 នៅបន្ទាត់ (a2) ក្បែរនឹងចំនួនត្រឹមត្រូវ ជាង 1/7 នៅបន្ទាត់ (a1) ។ តាមនិយមន័យ §1,

$1/7 \cong 0,142.857$ ជា ចំនួនប្រហែល**ខ្វះ** យកត្រឹម 10^{-6}

$1/7 \cong 0,142.858$ ជា ចំនួនប្រហែល**លើស** យកត្រឹម 10^{-6} ។

ព្រោះថា បើយើងមើលបន្ទាត់ (a4)

0,142.857 < 0,142.857.142.85 < 0,142.858

(I) < (II) < (III)

យើងឃើញថា (II) នៅតែតូចជាង (III)[1] ទោះបី យើងតម្លើង ការចែកលេខ រាប់ម៉ឺនដង ក៏ដោយ ព្រោះថានៅពេលនោះ គឺ មានតែចំនួនលេខនៅផ្នែក 142.85…… ទេដែល បន្ថែម ។ ហេតុនេះហើយ បានជាគេថា (I) ជាចំនួនប្រហែលនឹង ចំនួនត្រឹមត្រូវ ព្រោះ ទៅដល់លីមីត គឺ (II) ដែលជាចំនួនត្រឹមត្រូវ ។

b/ ចំពោះ $\sqrt{2}$ បើយើងគណនា រាស៊ីនការេ តាមដែលយើងធ្លាប់រៀនមកនោះយើង ពុំអាចជួបនឹង ខួប ដូចចំនួន សនិទាន នោះទេ ។ គួរសង្កេតដែរថា √ ជាគំនូរ ជា និមិត្តរូប មិនមែន ជាលេខទាំងអស់ដូច ចំនួន សនិទាននោះទេ ។

ដោយគណនា យើងបានចំនួនប្រហែល នៃ $\sqrt{2} \cong 1{,}414213562.....$ ហើយកាលនៅ រៀន លោកគ្រូឲ្យយើងទន្ទេញចាំមាត់ $\sqrt{2} \cong 1{,}414$ នេះបានន័យថា យើងឃ្លាតពីចំនួន ត្រឹមត្រូវ 10^{-3} (ព្រោះយើងយកតែ បីលេខ បន្ទាប់ពី កណ្ដក់សញ្ញា) ។

ឥឡូវយើងវិល មកមេរៀនយើងវិញ

មុននឹង និយាយអំពី ការពង្រីកដេស៊ីមាលដោយគ្មានទីបញ្ចប់ យើងគួររំលឹកឡើង វិញ ថាអ្វីទៅ « ចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាល» ។ សញ្ញាណនេះ ដែលបានស្គាល់តាំងតែ នៅបឋមសិក្សា ព្រមទាំង របៀបគណនានៃចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាលទាំងអស់នេះគួរតែ បញ្ជាក់ឡើងវិញ ។

និយមន័យ

គេ ហៅថា « **ប្រភាគដេស៊ីមាល** » (fraction décimale) គឺប្រភាគ ដែលភាគបែងជា 10^n $(n\epsilon N)$ ។ ឧទាហរណ៍ $\frac{17}{10^3}$, $\frac{3}{2^8}$, $\frac{8}{5^3}$ ជាប្រភាគដេស៊ីមាល ពីព្រោះ

$\frac{3}{2^8} = \frac{3\times5^8}{2^8\times5^8} = \frac{3\times5^8}{(2\times5)^8} = \frac{3\times5^8}{(10)^8}$; តែ $\frac{3}{14}$ មិនមែនជាប្រភាគដេស៊ីមាល ទេ

---

[1] ពីព្រោះ (0,142.858 - 0,142.857.142.85) = 0,000.000.85715 > 0 ហើយ 0,000.000.85715 < 10^{-6}

ពីព្រោះ ក្នុងការបំបែកជាចំនួនបឋម (nombre premier) 10 = 2 × 5 ដូច្នេះ ដើម្បីជា **ប្រភាគដេស៊ីមាល** ទាល់តែភាគបែង មានរាងជា $2^m \times 5^p$ ($m \in N, p\epsilon N$) ហើយភាគយក ជាចំនួនគត់រឺឡាទីប។ គឺថាមានរាងជា ៖

$$\boxed{\frac{b}{2^m \times 5^p} \quad \text{ដោយ } b\epsilon Z,\ m\epsilon N, p\epsilon N}$$

ដូច្នេះ ចំនួនដេស៊ីមាល (ចំនួនដែលប្រើសព្វថ្ងៃ) ជា ប្រភាគដេស៊ីមាល ព្រោះថា $257{,}25 = \frac{25725}{10^2}$ ។

ចំនួនដេស៊ីមាល (un nombre décimal) គឺ ជា ចំនួនសនិទាន ដែលគេអាចសរសេរជា ប្រភាគដេស៊ីមាល (ដូចជា $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$) (Un nombre décimal est un nombre rationnel qui peut être représenté par une fraction décimale.) ៖ ប្រភាគដេស៊ីមាលនីមួយៗ , $\frac{a}{10^n}$ ជាតំណាង ចំនួនដេស៊ីមាលតែមួយគត់ ដែលនឹងតាងដោយ $10^{-n}a$ ។ បើ ចំនួន a សេសេរក្នុងប្រព័ន្ធដេស៊ីមាល (système décimal)[2] ជា $a = a_p a_{p-1} \ldots a_1 a_0$ នោះចំនួនប្រភាគ $10^{-n}a$ ទៅជា $a_p a_{p-1} \ldots \boldsymbol{a_n}, a_{n-1} \ldots \ldots a_1 a_0$ បើ $p \geq n$ ហើយ ទៅជា $0{,}000 \ldots \ldots 0 a_p \ldots \ldots a_1 a_0$ បើ $p < n$, ចំនួនសូន្យនៅមុខ a_p មាន $n - p$ ដោយ a_p ជាលេខទីមួយមិនសូន្យ ។

ឧទាហរណ៍

1/ $10^{-3} \times (47263) = 47{,}263$ (n=3, p = 4) => $p \geq n$

---

[2] ចំនួន ប្រើសព្វថ្ងៃ គឺសរសេរក្នុងប្រព័ន្ធដេស៊ីមាល ឧបមាដូចជា 253 = $2.10^2+5.10^1+3.10^0$ (គឺគេយក 10 ជាបាតគុណ) – Nombre à base 10។

$10^{-3} \times (a_4a_3a_2a_1a_0) = a_4a_3, a_2a_1a_0$

2/ $10^{-8} \times (47263) = 0{,}00047263$ (n=8, p = 4) => $p < n$
$10^{-8} \times (a_4a_3a_2a_1a_0) = 0{,}000a_4a_3a_2a_1a_0$

ផ្ទុយទៅវិញ ចំនួនដេស៊ីមាល នីមួយៗ អាចសរសេរជា ប្រភាគដេស៊ីមាលបានច្រើន អនេក ព្រោះថា ប្រភាគដេស៊ីមាល $\frac{a}{10^n}$ និង $\frac{10^p a}{10^{p+n}}$ សមមូលនឹងគ្នា $\forall p \in N$ ។ តែនៅក្នុងការសរសេរ ចំនួនដេស៊ីមាល គេអាចឆ្លងពី របៀបសរសេរមួយ ទៅរបៀបមួយទៀត ដោយ បន្ថែមសូន្យ ឬ លប់សូន្យ នៅខាងស្តាំដេស៊ីមាលចុងក្រោយគេខុសពីសូន្យ (ដូចជា 253,370 = 253,37 = 253,37000 = ….) ។ នេះជាក្បួនមួយ សម្រាប់ប្រៀបធៀប ចំនួនដេស៊ីមាលពីរ ដែលតំណាង ចំនួនតែមួយ ។ នៅឧទាហរណ៍ខាងលើ ចំនួនដេស៊ីមាល 253,370 និង 253,37000 ជាតំណាងចំនួនតែមួយគឺ 253,37 ។

ម្យ៉ាងទៀត ចំនួនដេស៊ីមាល នីមួយៗ មានតំណាងតែមួយ មានជារាង $\frac{a}{10^n}$ ដោយ a ជាចំនួនគត់ ចែកនឹង 10 មិនដាច់ (ដូចជា 25,351អាចសរសេរជា $\frac{25351}{10^3}$)។

ដោយហេតុនេះ (គឺមានរាងជា $\frac{a}{10^n}$) ចំនួនដេស៊ីមាលទាំងអស់ ប្រមូលទៅបានជា សំនុំមួយ នៅក្នុង សំនុំចំនួនសនិទាន (Q) ដូច្នេះ គេអាចធ្វើលេខបូក លេខគុណ បានដូច ចំនួនប្រភាគ នៅក្នុង (Q) ដែរ ។

ម្យ៉ាងទៀត យើងអាចរាប់យក ប្រភាគដេស៊ីមាល ដែលមាន ភាគយក ជាចំនួនគត់រឺឡាទីប ៖ ចំនួនដេស៊ីមាលទាំងនោះហៅថា រឺឡាទីប ហើយ ចំនួនដេស៊ីមាលរឺឡាទីបពីរគុណគ្នា បានជាចំនួនដេស៊ីមាល តែ ចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាលពីរ ចែកនឹងគ្នា អាចមិនបាន ជាចំនួនដេស៊ីមាល [3]។ ឧទាហរណ៍ ៖ $\frac{2}{10^2} \times \frac{3}{10^5} = \frac{6}{10^7}$ តែ $\frac{2}{10^2} / \frac{3}{10^5} = \frac{2}{10^2} \times \frac{10^5}{3} = \frac{2000}{3}$ ។

[3] ចំពោះអ្នកបានសិក្សាពី **ពីជគណិត** សំនុំ ចំនួនដេស៊ីមាល មិនមែនជាគ័រ (corps)ទេ តែគ្រាន់តែជា អាណូ (anneau)

ការសរសេរចំនួនដេស៊ីមាលរីឡាទីប(nombre décimaux relatifs) មួយបែបទៀត

យើងធ្លាប់សរសេរ ចំនួនដេស៊ីមាល ដូចជា - 235,42 ដែលស្មើនឹង -235 + (-0,42) ឥឡូវនេះ គេចង់បាន ផ្នែកដេស៊ីមាល ជាចំនួនវិជ្ជមាន ដោយបំបែកចំនួនដេស៊ីមាល ជា ៖

$-235{,}42 = -235 - 0{,}42 = (-235 - 1) + (1 - 0{,}42) = -236 + \propto$ ដោយ $0 \leq \propto < 1$

ហើយចំពោះ ឧទាហរណ៍នេះ $\propto = 0{,}58$ ។

ជាទូទៅ ចំនួនផ្នែកដេស៊ីមាលរីឡាទីប តំណាងចំនួន A អាចសេសេរ តែមួយបែបគត់ ជា ផលបូក នៃចំនួនគត់រីឡាទីប a_0 ជាមួយនឹង ផ្នែកដេស៊ីមាល $\propto$ ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង $0 \leq \propto < 1$ ៖ ចំនួនគត់ a_0 គឺជាចំនួនគត់រីឡាទីប a ដែលធំជាងគេ ហើយបំពេញ $a \leq$ A ។

ដូចជាចំពោះ ឧទាហរណ៍ខាងលើ $a_0 = -236 \leq -235{,}42$ ។ បើយើងតាង ដោយ $0{,}a_1a_2\ldots\ldots a_n$ ជាតំណាង ផ្នែកដេស៊ីមាល $\propto$ យើងថា និមិត្តរូប $a_0{,}a_1\ldots\ldots a_n$ ជាតំណាង ចំនួនដេស៊ីមាលរីឡាទីប A ។

ក្នុងរបៀបសរសេរថ្មីនេះ a_0 សំដៅ ចំនួនរីឡាទីបណាមួយ ហៅថា ផ្នែកគត់នៃចំនួន A ហើយ ដេស៊ីមាល $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n$ ជាចំនួនគត់ បំពេញ $0 \leq a_i \leq 9$ ។ យើងអាចសន្មតថា $a_n \neq 0$ (បើយើងចង់)។

ការតាងចំនួនដេស៊ីមាលបែបនេះ គឺមានប្រើក្នុងតារាង លោការីត ដោយ ផ្នែកដេស៊ីមាលហៅថា ម៉ង់ទីស (mantisse) ។ ជារបៀបសេសេរមួយ ដែលយើងនឹងប្រើទៅខាងមុខ សម្រាប់ ពង្រីកសញ្ញាណ ចំនួនដេស៊ីមាល ។

(sous-anneau de l’anneau Q).

ចំនួនឌីយ៉ាឌីក (nombres dyadiques).

គេក៏ កំណត់ដូចគ្នាចំពោះ ប្រភាគឌីយ៉ាឌីក (fractions dyadiques) គឺជា ប្រភាគដែល ភាគបែង ជាចំនួន 2^n $(n \epsilon N)$។ ហើយចំនួនឌីយ៉ាឌីក (les nombres dyadiques) គឺជាចំនួនសនិទាន តាងដោយ ប្រភាគឌីយ៉ាឌីក។ ចំនួនឌីយ៉ាឌីករឺឡាទីបទាំងអស់ រួមជា សំនុំ មួយនៅក្នុងសំនុំសនិទាន Q [4] ។ នៅក្នុងប្រព័ន្ធប៊ីនែរ (système de numération de base 2), ចំនួនប៊ីនែរ រឺឡាទីប តាងដោយការបំបែកមានរាងជា $a_0, a_1 a_2 \ldots\ldots a_n$ ហើយនៅក្នុងនោះ ចំនួន a_0 គឺជាចំនួនគត់ដែលមាន សញ្ញាពីមុខ $\pm$ តែ $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n$ មិនអាចយកតម្លៃក្រៅពី 0 ឬ 1 បានឡើយ ។

ជាទូទៅ នៅក្នុងប្រព័ន្ធបាត (base) k[5] (Système de numération de base k) យើងសន្មត ថានិមិត្តរូប $a_0, a_1 a_2 \ldots\ldots a_n$ ជាតំណាង ចំនួន សនិទាន

(F1) $\sum_{i=0}^{i=n} k^{-i} a_i$ ហើយ $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n$ ជាចំនួនគត់ ផ្ទៀងផ្ទាត់ នឹង $0 \leq a_i < k$

ឧទាហរណ៍-1 ចំពោះ k = 2 (ប្រព័ន្ធប៊ីនែរ), (F1) ឲ្យ៖

A = $\sum_{i=0}^{i=n} 2^{-i} a_i$ ហើយ $a_1 \ a_2 \ldots\ldots a_n$ ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង $0 \leq a_i < 2$

A = $2^{-0} a_0 + 2^{-1} a_1 + 2^{-2} a_2 + 2^{-3} a_3 + 2^{-4} a_4 + 2^{-5} a_5 + \ldots\ldots\ldots$

A= $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \frac{a_4}{2^4} + \frac{a_5}{2^5} + \ldots\ldots$ ហើយ $a_i = 0$ ឬ 1 ចំពោះ $i \geq 1$ ។

ឧទាហរណ៍-2 ចំពោះ k = 10 (ប្រព័ន្ធ ដេស៊ីមាល), (F1) ឲ្យ៖

A = $\sum_{i=0}^{i=n} 10^{-i} a_i$ ហើយ $a_1 \ a_2 \ldots\ldots a_n$ ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង $0 \leq a_i < 10$

[4] មាន កម្មសិទ្ធិ ដូចគ្នានឹង សំនុំចំនួនទសភាគ ។

[5] ចំពោះ k = 2 យើងហៅថា ប្រព័ន្ធប៊ីនែរ (système de numération de base 2)

A = $10^{-0}a_0 + 10^{-1}a_1 + 10^{-2}a_2 + 10^{-3}a_3 + 10^{-4}a_4 + 10^{-5}a_5 + \ldots\ldots\ldots$

(F2) A= $a_0 + \frac{a_1}{10} + \frac{a_2}{10^2} + \frac{a_3}{10^3} + \frac{a_4}{10^4} + \frac{a_5}{10^5} + \ldots\ldots$ ហើយចំពោះ

$i \geq 1 \quad 0 \leq a_i \leq 9$ ។

បើឲ្យ $a_0 = 257$, $a_1 = 3$, $a_2 = 0$, $a_3 = 8$, $a_4 = 6$, $a_i = 0$ ចំពោះ $i \geq 5$

នោះ **(F2)** ទៅជា ៖

A= $257 + \frac{3}{10} + \frac{0}{10^2} + \frac{8}{10^3} + \frac{6}{10^4}$ = 257+0,3 + 0,00 + 0,008 + 0,0006 => **A= 257,3086** ។

អំណឹះតទៅចំពោះទ្រឹស្តីយើងនិយាយតែអំពីប្រព័ន្ធដេស៊ីមាល(système de base 10) តែគេក៏អាចផ្លូវទៅប្រព័ន្ធផ្សេងឯទៀតបាន(système de base quelconque) ដោយមិនជាពិបាកខ្លាំងណាស់ណាទេ ។