លំហាត់

IV-6. នៅក្នុងស្បោង មួយ មាន ដុំមូល ឬ ប៊ូល (boule) 10 ដែលមានលេខរៀង ពី 0 ទៅ 9 ។ គេ ទាញយក n ប៊ូល ដោយ ទាញម្តង ប៊ូលមួយ ហើយដាក់ទៅវិញ មុននឹងទាញយកប៊ូលដែលជាបន្ទាប់។ គេធ្វើរបៀបនេះ n ដង ។ នេះក៏ដូចជា គេ ទាញយក n ប៊ូល ពី n ស្បោង ដែល ដូចគ្នា ដោយក្នុងស្បោង នីមួយៗ គេយក ប៊ូលតែមួយគត់។ គេតាងដោយ x_k លេខ នៃប៊ូលទី $k^{ième}$ ហើយដោយ x ចំនួនដេស៊ីមាល $0,x_1x_2x_3\ldots x_n$ ។ ចូររក ប្រូបាប ដែលឲ្យ x បំពេញ លក្ខខ័ណ្ឌ $a \le x \le b$ ដោយ a និង b ជាចំនួនដេស៊ីមាល ដែល $10^n a$ និង $10^n b$ ជាចំនួនគត់ ហើយ បំពេញ $0 \le a \le b < 1$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដើម្បី យល់ប្រធានបទនេះ ខ្ញុំសូមពន្យល់ដូចតទៅនេះ៖

ចំនួន ដេស៊ីមាល ដូចជា 2,36 ឬ 0,570 ។ ដូច្នេះ $10^3(0,570) = 570$ ដែលជាចំនួនគត់ ។ ចំពោះចំនួន អសនិទាន(*nombre irrationnel*) ដូចជា $\sqrt{2}$

នោះមិនមែន ជាចំនួន ដេស៊ីមាលទេ ពីព្រោះ គេស្គាល់តែចំនួនប្រហាក់ប្រហែលនៃ $\sqrt{2}$ តែប៉ុណ្ណោះ ដូចជា 0,1416 ជាដើម ។ ហើយដែលហៅថា ចំនួនពិត ជាចំនួន ដេស៊ីមាលផង និង ជាចំនួន អសនិទានផង។

នៅក្នុងចំណោទនេះ បើយើងយក $n = 3$

$a = 0,081$, $b = 0,5\,61$ => $10^3 a = 81$, $10^3\, b = 561$

10	10	10
x_1	x_2	x_3

$x = 0,x_1x_2x_3$ បើ $x_1 = 5$, $x_2 = 7$, $x_3 = 0$ នោះ $x = 0,57\,0$ ហើយ

x មិននៅក្នុងចន្លោះ $[a,b]$ ទេ ពីព្រោះ 0,570 > 0,561 ។

ឥឡូវនេះ យើងមករកចម្លើយ នៃ ចំណោទនេះ ៖ ដោយ មាន n ស្បោង

ហើយស្បោងនីមួយៗ មាន 10 ប៊ូល នោះចំនួន ករណីអាច គឺ 10^n ។

ចំពោះ ករណីស្រប យើងឃើញដោយ ឧទាហរណ៍ ខាងលើ គឺជាចំនួនគត់នៅក្នុង

ចន្លោះ [$10^n a$, $10^n b$]។ ដូច្នេះ ចំនួនករណីស្រប ស្មើនឹង (10^nb - $10^n a$) + 1[1]។

ដូច្នេះ ប្រូបាប

$$\boxed{p = \frac{(10^n b - 10^n a) + 1}{10^n}} \quad (1)$$

ឬ

$$\boxed{p = (b-a) + \frac{1}{10^n}} \quad (2)$$

ដោយ $0 \le a \le b < 1$ ។

<u>សង្កេត</u>

<u>ឧទាហរណ៍-E1</u>

យើងអាចប្រើ រូបមន្ត (1) ចំពោះ $n = 1$ ដូច ឧទាហរណ៍ តទៅនេះ ៖

នៅក្នុងស្បោង មួយ មាន ដុំមូល ឬ ប៊ូល (boule) 10 ដែលមានលេខរៀង ពី 0 ទៅ 9 ។

គេ ទាញយក ប៊ូល មួយចេញមក ហើយ គេមើលលេខ របស់វា ។

គេ កំណត់សំនុំ A, $A1$, $A2$, $A3$ ដោយ ៖

$A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$; $A1 = \{0,1,2\}$; $A2 = \{3,4,5,6,7\}$; $A3 = \{8,9\}$ ។

ចូររក ប្រូបាប p ដើម្បី លេខ នៃប៊ូលដែលទាញចេញពីស្បោងនោះ នៅក្នុង សំនុំ A ។

ចូររក ប្រូបាប $p1$ ដើម្បី លេខ នៃប៊ូលដែលទាញចេញពីស្បោងនោះ នៅក្នុង សំនុំ $A1$ ។

ចូររក ប្រូបាប $p2$ ដើម្បី លេខ នៃប៊ូលដែលទាញចេញពីស្បោងនោះ នៅក្នុង សំនុំ $A2$ ។

ចូររក ប្រូបាប $p3$ ដើម្បី លេខ នៃប៊ូលដែលទាញចេញពីស្បោងនោះ នៅក្នុង សំនុំ $A3$ ។

---

[1] ត្រូវបូកនឹង 1 ពីព្រោះជាចំនួនគត់ ដូចជា ចន្លោះ [5, 8] ត្រូវមានចំនួនជាតុ (8 – 5) +1 = 4។ តែបើជា ចំនួនពិត វិញ ($a \in R$, $b \in R$) នោះ គឺ $(a-b)$ គ្រប់គ្រាន់ហើយ ។

ចម្លើយ

ដើម្បី រកប្រូបាប យើងរក ចំនួន ករណីអាច និង ចំនួន ករណីស្រប ។ ចំពោះ ចំនួន ករណី អាច គឺ ស្មើ និងចំនួន លេខនៃ ប៊ូលទាំង 10 ។ ដូច្នេះ ចំនួនករណីអាច = 10 ។

រកប្រូបាប p

ដោយ លេខ ដែល ទាញចេញមក សុទ្ធតែមាននៅក្នុង សំនុំ A ទាំងអស់ ដូច្នេះ

ចំនួនករណីស្រប ក៏ ស្មើនឹង ចំនួនធាតុនៃ សំនុំ A ដែរ = 10 => $p = \frac{10}{10} = 1$ ។

រកប្រូបាប $p1$

ដោយ លេខ ដែល ទាញចេញមក ទាល់តែនៅក្នុង សំនុំ $A1$ ទើប បាន ថាត្រូវ ។ ដូច្នេះ

ចំនួនករណីស្រប គឺ ស្មើនឹង ចំនួនធាតុនៃ សំនុំ $A1$ = 3 => $p_1 = \frac{3}{10}$ ។

រកប្រូបាប $p2$

ដោយ លេខ ដែល ទាញចេញមក ទាល់តែនៅក្នុង សំនុំ $A2$ ទើប បាន ថាត្រូវ ។ ដូច្នេះ

ចំនួនករណីស្រប គឺ ស្មើនឹង ចំនួនធាតុនៃ សំនុំ $A2$ = 5 => $p_2 = \frac{5}{10}$ ។

រកប្រូបាប $p3$

ដោយ លេខ ដែល ទាញចេញមក ទាល់តែនៅក្នុង សំនុំ $A3$ ទើប បាន ថាត្រូវ ។ ដូច្នេះ

ចំនួនករណីស្រប គឺ ស្មើនឹង ចំនួនធាតុនៃ សំនុំ $A3$ = 2 => $p_3 = \frac{2}{10}$ ។

សង្កេត

1/ $p = p_1 + p_2 + p_3$

2/ យើងចង់ បកស្រាយ រូបមន្ត (1) ខាងលើ កាលណា $n = 1$ ដើម្បី ប្រៀបធៀប ទៅនឹង ឧទាហរណ៍-E1 ៖

ចំពោះ $n = 1$ នោះ រូបមន្ត (1) ទៅជា $pf = \frac{(10\,b - 10a) + 1}{10}$ **(1-A)** ។

ហើយ $x = 0, x_1 x_2 x_3 \ldots x_n$ ទៅជា $x = 0, x_1$ ។

បើលេខ ដែលចេញនៃប៉ូលគឺ លេខ 4 នោះ $x = 0{,}4$ ហើយ

$10x = 10\,(0{,}4) = 4$ ដែលជាចំនួនគត់។ ម្យ៉ាងទៀត $0 \leq a \leq b < 1$ =>

$10a$ និង $10b$ ជាចំនួនគត់ ។ ហើយ $a \leq x \leq b$ => $10a \leq 10x \leq 10b$ ។

ដូច្នេះ ចំនួនគត់ $10x$ នៅក្នុងចន្លោះ $[\,10a\,,\; 10b\,]$ ។ បើយើងយក សំនុំ $A2$

$A2 = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ យើងឃើញថា $10x = 4$ ជាធាតុ នៃ $A2$ ។

ដោយ $A2$ ជា សំនុំរង នៃ ចំនួនគត់ យើងអាច ទុក $A2$ ជាចន្លោះបិទ មួយនៅក្នុង សំនុំនៃ ចំនួនគត់ N។ ដូច្នេះ យើងអាច តាង ចន្លោះបិទនោះដោយ $I2 = [3\,,\; 7]$ ហើយ បើយើង យក រូបមន្ត (1-A) មក អនុវត្ត ដើម្បី នឹងរកប្រូបាប នោះយើងបាន ចំពោះ $I2$ នេះ ជា $pf = \dfrac{(10\,b - 10a) + 1}{10} = \dfrac{(7-3)+1}{10} = \dfrac{5}{10} = p2$ (ប្រូបាប ដែលយើង បានរកឃើញ រួចម្តងមកហើយ ដោយ មិនប្រើ រូបមន្ត (1-A) នេះ ។ ចំពោះ សំនុំឯទៀត។ ដូចជា A, $A1$ ឬ $A3$ ក៏ ប្រើរបៀបដូចគ្នា នឹងសំនុំ $A2$ នេះដែរ គ្រាន់តែយក ចន្លោះ $I, I1$ ឬ $I3$ ខុសគ្នា ។

យើងអាច បង្រីក ទៅចន្លោះ នៅក្នុង R (ចំនួនពិត) បាន ចំពោះ រូបមន្តនេះ ក្នុងការរក ប្រូបាប ។ ឧបមាដូចជា គេឲ្យ ចំនួន ពិត x , $0 \leq x \leq 1$ ហើយនិង ចន្លោះ $I = [a\,, b]$ ដោយ $0 \leq a \leq b \leq 1$ ។ ចូរ រក ប្រូបាប p ដើម្បី x នៅក្នុងចន្លោះ I ។ ចម្លើយ $p = b - a$ [2]។

[2] ចូរសង្កេត ចន្លោះ $I = [3\,, 7]$ នៅក្នុង N(សំនុំនៃចំនួនគត់) និង ចន្លោះ $I = [3\,, 7]$ នៅក្នុង R (សំនុំនៃ ចំនួនពិត) តើខុសគ្នា ដូចម្តេច ? នៅក្នុង N ចំនួនគត់ 3 នៅក្នុង I តែ ចំនួន 3,00000001 មិន នៅ ក្នុង I ទេ ។ តែបើគិតជានៅក្នុង R វិញ នោះ ចំនួន 3,00000001 ដដែលនេះនៅក្នុង I ។