៤. សំនុំដើងលព្ធ (Ensemble quotient)

យើងទុកមួយកន្លែង ចំពោះគ្រួសារដែលមានសំនុំដល់ទៅអនន្ត ពីព្រោះយើងពុំទាន់ត្រូវការទេចំពោះកម្រឹតសិក្សាយើងនៅពេលនេះ ។ យើងនឹងសិក្សានូវ រចនាសម្ព័ន្ធដែលងាយៗ (les structures les plus simples) ដែលគេអាចកំនត់បានលើ សំនុំៗ ជាដំបូង យើងត្រឡប់មកសញ្ញាណដែលជាគ្រឹះ នៃ « រីឡាស្យុងសមមូល » (les notions fondamentales de « relation d’équivalence ») និង រីឡាស្យុងលំដាប់ (relation d’ordre) ដែលបានកំនត់នៅ **ជំពូកទី ១** ។

<u>*សំនុំ ដើងលព្ធ*</u> (ensemble quotient)

តាមនិយមន័យដែលបានដាក់នៅ ជំពូកទី១ §4 រីឡាស្យុងសមមូល លើសំនុំ E ជារីឡាស្យុងទ្វិភាគ R ដែលគេអាចនិយាយថា « x សមមូលនឹង x » (តាងដោយ $\equiv$ x) ហើយនិង ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹងល័ក្ខខ័ណ្ឌ ដូចតទៅ ៖

1°/ $x \in X \Rightarrow x \equiv x$ [គេថា « រីឡាស្យុង R រេផ្លិចស៊ីវ »]

2°/ $x \equiv y \Rightarrow y \equiv x$ [គេថា « រីឡាស្យុង R ឆ្លុះ »]

3/ $x \equiv y$ និង $y \equiv z \Rightarrow x \equiv z$ [គេថា « រីឡាស្យុង R ត្រង់ស៊ីទីវ »] ។

ចំពោះ ធាតុ x មួយនៃ E យើងផ្គូផ្គង នឹងថ្នាក់ សមមូល S_x តាក់តែងផ្សំឡើងដោយធាតុ y ទាំងឡាយនៃ E ដែល បំពេញល័ក្ខខ័ណ្ឌ $y \equiv x$ ដូច្នេះតាមស្វ័យស័ត្យសម្រាំង IV (axiome de sélection IV) S_x ជាសំនុំ ហើយ ក៏ជាបំណែកមួយនៃ E ។ ធាតុទាំងឡាយនៃ S_x ជាដំណាងនៃ S_x ។ ម្យ៉ាងទៀត S_x ជាធាតុមួយនៃ $\mathcal{P}$(E) [សំនុំបំណែកនៃ E] ។ ហើយតាមស្វ័យស័ត្យសម្រាំង ថ្នាក់សមមូល **ម៉ូឌុយឡូ R** ទាំងឡាយ ជាធាតុ នៃសំនុំថ្មី Q ដែលជាមួយបំណែក នៃ $\mathcal{P}$(E) (Q une partie de $\mathcal{P}$(E)) ។ សំនុំ Q នេះហៅថា « ផលចែក នៃ E ដោយ រីឡាស្យុងសមមូល R » ហើយតាងដោយ E/R (Q = E/R) ។

ឧទាហរណ៍

I- នៅក្នុង ប្លង់ ឬ លំហ រឺឡាស្យុង « D ស្របនឹង D' » បានជា រឺឡាស្យុងសមមូល បើគេសន្មតថា មួយបន្ទាត់ ស្របនឹងខ្លួនឯង (បើមិនដូច្នោះទេ រឺឡាស្យុងនោះ មិនរ៉េផ្លិចស៊ីវ) ។ សំនុំ ដើងលព្ធ (ensemble quotient) គឺ សំនុំទិសដៅ (ensemble des directions de droites) នៃបន្ទាត់ទាំងឡាយ ។

II- នៅធរណីមាត្រ រូបពីរ ស្មើគ្នា បើនិយាយឲ្យចំ គឺ ជា រឺឡាស្យុងសមមូល[1]។

❖ និយមន័យ គេហៅថា ប៉ាទីស្យុង (partition) នៃ សំនុំ E គឺជាគ្រួសារ F នៃបំណែកទាំងឡាយរបស់ E ដែល ធាតុនីមួយៗនៃ E នៅតែក្នុងបំណែកណាមួយគត់ របស់គ្រួសារ F[2]។

ដោយយោងតាមនិយមន័យនេះ តាមការសង្កេតនៅ ជំពូកទី១ -§4 ឃើញថា ថ្នាក់សមមូល ម៉ូឌុយឡូ R តាក់តែងប្រជុំបានជា ប៉ាទីស្យុង នៃ សំនុំ E [3] ។
ផ្ទុយទៅវិញ បើ គ្រួសារ F ជា ប៉ាទីស្យុង នៃ E រឺឡាស្យុង « x និង y នៅក្នុង សំនុំតែមួយ នៃ គ្រួសារ F » ជា រឺឡាស្យុងសមមូល លើ E ។ យើងនឹងសម្តែង
ដោយងាយថា ៖

❖ ការឲ្យ រ៉ឺឡាស្យុងសមមូល លើ សំនុំ E ក៏ដូចជាឲ្យ ប៉ាទីស្យុង (partition) នៃ សំនុំ E ដែរ ។

ឧទាហរណ៍

---

[1] បើនិយាយឲ្យចំ រូបទាំងពីរដែលយើងថាស្មើគ្នានោះ គឺ សមមូលនឹងគ្នា ។

[2] បើនិយាយតាមភាសាអ្នកស្រុក «ប៉ាទីស្យុង » គឺការចែក វត្ថុ ឬ មនុស្ស ជាក្រុមៗ ដាច់ពីគ្នា ពោល គឺ ថា មនុស្សម្នាក់ មិនអាចនៅក្នុង ពីរក្រុមបានទេ ។

[3] ពីព្រោះថា បើ $t \in C_x \cap C_y \Rightarrow [t \in C_x$ និង $t \in C_y] \Rightarrow [t \equiv x$ និង $t \equiv y] \Rightarrow [t \equiv x \equiv y] \Rightarrow x \equiv y$ ដូច្នេះ $C_x = C_y$ ។ ដូច្នេះ ថ្នាក់សមមូលទាំងអស់ មិនមានធាតុរួមគ្នាទេ គឺថា $C_x \cap C_y = \emptyset$ ។

I- ការបែកចំនួនគត់ N ជា « ចំនួនគត់គូ » និងជា « ចំនួនសេស » ត្រូវនឹង

រឺឡាស្យុងសមមូល លើ N កំនត់ដោយ « $|x-y|$ ចែកនឹង 2 ដាច់ [4] » ។

II- ការបែកចំនួនពិតមិនសូន្យ R^* ជា « ចំនួនវិជ្ជមាន » និងជា « ចំនួនអវិជ្ជមាន »

ត្រូវនឹង រឺឡាស្យុងសមមូល លើ R^* កំនត់ដោយ « $xy > 0$ » ។

[4] $(12-4)$ ឬ $(13-7)$ ចែកនឹង 2 ដាច់ តែ $(12-7)$ ចែកនឹង 2 មិនដាច់ទេ ដូច្នេះ 12 និង 7 មិន អាច នៅក្នុងថ្នាក់ (សមមូល) ជាមួយគ្នាបានទេ ។