I-6. គេឲ្យ S រីឡាស្យុងទ្វិភាគ ត្រង់ស៊ីទីវ និង រ៉េផ្លិចស៊ីវ ។

a/ ចូរបង្ហាញថា រីឡាស្យុង T(x,y) កំនត់ដោយ [S(x,y) និង S(y,x)] ជាសមមូល ។

b/ ចូរបង្ហាញថា គេ កំនត់ រីឡាស្យុងលំដាប់ (relation d'ordre) លើ ថ្នាក់សមមូល ម៉ូឌុយឡូ T ដោយតាង X‹Y កាលណាមាន តំណាង x នៃ X និង តំណាង y នៃ Y ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង S(x,y) ។

[គេនឹងបង្ហាញថា តំណាង x' នីមួយៗនៃ X និង តំណាង y' នីមួយៗនៃ Y នោះ ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង S(x',y')] ។

<u>ឧទាហរណ៍ នៃរីឡាស្យុងខាងលើ</u>

a/ $S(P,Q)$ ជារីឡាស្យុង រវាង ពហុធា (polynôme) មានមួយ អថេរ កំនត់ដោយ $d^{\circ}P \leq d^{\circ}Q$ (ដោយ$d^{\circ}P$ សំដៅ ដឺក្រេនៃពហុពហុធា P) ។ នៅពេលនោះថ្នាក់សមមូល ម៉ូឌុយឡូ S អាចចំណាំដោយ ដឺក្រេ នៃពហុធាដែលជាតំណាង ។

b/ $S(f,g)$ ជារីឡាស្យុង រវាង អនុគមន៍ មាន អថេរក្នុងចំនួនពិត R កំនត់ដោយ $f(0) \leq g(0)$ ។ នៅពេលនោះ ថ្នាក់សមមូល ម៉ូឌុយឡូ T អាចចំណាំដោយ តម្លៃត្រង់គល់នៃតំរុយ (identifiées valeurs à l'origine des fonctions) របស់អនុគមន៍ដែលជាតំណាង ។

<u>ចម្លើយ</u>

a/ <u>រីឡាស្យុង T(x,y) កំនត់ដោយ [S(x,y) និង S(y,x)] ជាសមមូល</u>

គេឲ្យ S រីឡាស្យុងទ្វិភាគ ត្រង់ស៊ីទីវ និង រ៉េផ្លិចស៊ីវ

1/ T(x,x) ⇔ S(x,x) និង S(x,x) ។ ដោយ S(x,x) ត្រូវ ពីព្រោះ គេឲ្យ S រ៉េផ្លិចស៊ីវ ដូច្នេះ T(x,x) ត្រូវ ។

2/ T(x,y) ⇔ [S(x,y) និង S(y,x)] = [S(y,x) និង S(x,y)] [1] ត្រូវ ⇔ T(y,x)

ដូច្នេះ [T(x,y) => T(y,x)] ត្រូវ

3/ T(x,y) និង T(y,z) ⇔ [S(x,y) និង S(y,x)] និង [S(y,z) និង S(z,y)] ⇔

[S(x,y) និង S(y,x) និង S(y,z) និង S(z,y)] ⇔

[S(x,y) និង S(y,z)] និង[S(z,y) និង S(y,x)] (1)

ដោយ [S(x,y) និង S(y,z)] => S(x,z) ពីព្រោះ S ត្រង់ស៊ីទីវ

និង [S(z,y) និង S(y,x)] => S(z,x) ពីព្រោះ S ត្រង់ស៊ីទីវ

ហើយ ដោយ [S(x,z) និង S(z,x)] ⇔ T(x,z) នោះដោយ (1) យើងបាន៖

T(x,y) និង T(y,z) => T(x,z) ដែលបង្ហាញថា T(x,y) ត្រង់ស៊ីទីវ ។

b/ <u>ចូរបង្ហាញថា រីឡាស្យុង X‹Y ជារីឡាស្យុង លំដាប់</u>

យើងបានឃើញនៅ a/ ថា T(x,y) ជារីឡាស្យុងសមមូល ដូច្នេះត្រូវមាន ថ្នាក់សមមូល ដែលនៅទីនេះ តាងដោយ X, Y, Z ... ហើយនៅក្នុងថ្នាក់ទាំងនោះ x, y, z, ... ជាធាតុតំណាង ពោលគឺ x ជាធាតុតំណាងនៃ ថ្នាក់ X, y ជាធាតុតំណាងនៃ ថ្នាក់ Y, z ជាធាតុតំណាងនៃ ថ្នាក់ Z ....។ ដូច្នេះតាមនិយមន័យ ៖

X = { t, ដែលឲ្យ T(x,t) }

Y = { t, ដែលឲ្យ T(y,t) }

Z = { t, ដែលឲ្យ T(z,t) }

ដូច្នេះ X‹Y ⇔ S(x,y) [ដោយ S រីឡាស្យុងទ្វិភាគ ត្រង់ស៊ីទីវ និង រ៉េផ្លិចស៊ីវ] (2)

1/ X‹X ⇔ S(x,x) ត្រូវ ពីព្រោះ S រ៉េផ្លិចស៊ីវ ដោយ(2)

ដូច្នេះ X‹Y រ៉េផ្លិចស៊ីវ

[1] ព្រោះថា (A និង B) = (B និង A)

2/ បង្ហាញថា $X \prec Y$ ប្រឆាំងឆ្លុះ (anti-symétrique) គឺថា [$X \prec Y$ និង $Y \prec X$] => X = Y (3)

$X \prec Y$ => $\exists x' \in X$ និង $y' \in Y$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ T(x,x'), T(y,y') និង S(x',y') ត្រូវ (4)

$Y \prec X$ => $\exists y' \in Y$ និង $x' \in X$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ T(y,y''), T(x,x') និង S(y',x') ត្រូវ (5)

(4) និង (5) => [S(x',y') និង S(y',x')] ត្រូវ

ដោយប្រើនិយមន័យ របស់ T(x,y) ៖

[S(x',y') និង S(y',x')] ⇔ T(x',y')

ដូច្នេះ T(x',y') ត្រូវ => x' និង y' កុងគ្រុយ ម៉ូឌុយឡូ T => x' និង y' នៅក្នុងថ្នាក់សមមូលជាមួយគ្នា ។ ដោយ x'នៅក្នុងថ្នាក់ X ហើយ y' នៅក្នុងថ្នាក់ Y ដូច្នេះ X = Y

ដោយ (3) យើងអាចសន្និដ្ឋានថា $X \prec Y$ ប្រឆាំងឆ្លុះ (anti-symétrique) ។

3/ បង្ហាញថា ៖ $X \prec Y$ ត្រង់ស៊ីទីវ គឺថា [$X \prec Y$ និង $Y \prec Z$] => $X \prec Z$ (6)

យើងដឹងថា S ជារឺឡាស្យុងទ្វិភាគ ត្រង់ស៊ីទីវ និង រ៉េផ្លិចស៊ីវ

[$X \prec Y$ និង $Y \prec Z$] ⇔ [S(x,y) និង S(y,z)] => S(x,z) ពីព្រោះ S ត្រង់ស៊ីទីវ ⇔ $X \prec Z$

ដូច្នេះ (6) ៖ $X \prec Y$ ត្រង់ស៊ីទីវ ។

ដោយ 1/, 2/ និង 3/ យើងអាចសន្និដ្ឋាន ថា $X \prec Y$ ជារឺឡាស្យុងលំដាប់ ។

<u>ឧទាហរណ៍ នៃរឺឡាស្យុង S(P,Q)</u>

a/ S(P,Q) ⇔ $d^{\circ}P \leq d^{\circ}Q$ (ដឺក្រេពហុធា P តូចឬស្មើនឹង ដឺក្រេពហុធា Q)

យើងអាចតាងដោយ ៖

C(0) : ថ្នាក់នៃពហុធា ដែលមាន ដឺក្រេយ៉ាងធំស្មើនឹងសូន្យ គឺចំនួន ថេរ ទាំងឡាយ

C(1) : ថ្នាក់នៃពហុធា ដែលមាន ដឺក្រេយ៉ាងធំស្មើនឹង 1 គឺ ពហុធាដែលមានដឺក្រេ ≤ 1

C(2) : ថ្នាក់នៃពហុធា ដែលមាន ដឺក្រេយ៉ាងធំស្មើនឹង 2 គឺ ពហុធាដែលមានដឺក្រេ ≤ 2

………………………..

b/ $S(f,g)$ ជារីឡាស្យុង រវាង អនុគមន៍ មាន អថេរក្នុងចំនួនពិត R កំនត់ដោយ

$f(0) \leq g(0)$

ឧបមា មានអនុគមន៍ : f, g, h, ដែលមានតម្លៃត្រង់គល់ ស្មើនឹង 5, 3, 7 គឺថា

f(0) =5, g(0)=3, h(0)=7

យើងអាចតាងដោយ ៖

C(3) : ថ្នាក់នៃអនុគមន៍ ដែលមានតម្លៃត្រង់គល់យ៉ាងធំស្មើនឹង 3 = $\{ g \}$

C(5) : ថ្នាក់នៃអនុគមន៍ ដែលមានតម្លៃត្រង់គល់យ៉ាងធំស្មើនឹង 5 = $\{ g, f \}$

C(7) : ថ្នាក់នៃអនុគមន៍ ដែលមានតម្លៃត្រង់គល់យ៉ាងធំស្មើនឹង 7 = $\{ g, f, h \}$