

លំហាត់ ទី ៦

p ជាចំនួនគត់ ដែលគេឲ្យ ហើយ $p \geq 2$ ។ ចូរ បង្ហាញថាស្វ៊ីត

$$x_n = \cos \frac{\pi n}{p} \quad \text{និង} \quad y_n = \sin \frac{\pi n}{p} \quad \text{មិនមាន លីមីត ទេ កាលណា } n \text{ ខិតជិត}$$

ទៅរក $+\infty$ ។

ចម្លើយ

ដើម្បី ថា ស្វ៊ីតមួយ មានលីមីត លុះត្រាតែ លីមីតនោះ មានតែ មួយ គត់ ។

ដោយ អនុគមន៍ cosinus និង sinus ជា អនុគមន៍ ខួប ហើយក្នុង មួយខួបៗ

មានចំនួន ខុសគ្នា នោះ លីមីត អាចមានច្រើន នៅពេលដែល ចំនួន n កើន ។

យើងអាចសរសេរ ៖

$$x_n = \cos \pi \left(\frac{n}{p} \right) \text{ ។ បើកាលណា } n \text{ កើន នោះ នៅពេលណាមួយ } n = kp \text{ ដោយ } k \in \mathbb{N}$$

$$\text{ដូច្នេះ នៅពេលនោះ យើងបាន } x_n = \cos \pi \left(\frac{n}{p} \right) = \cos \pi \left(\frac{kp}{p} \right) = \cos(k\pi) \text{ ។}$$

ដោយ ទំនាក់ទំនង

.....
(1) $n = kp$
.....

កាលណា n កើន ទៅ $+\infty$ នោះ k អាចជាចំនួន គូ ឬ សេស ដែលយើងអាចតាង

$$k = 2q \quad \text{ឬ} \quad k = 2q + 1 \quad \text{។}$$

$$\text{ចំពោះ } k = 2q \Rightarrow x_n = \cos 2q\pi = \cos q(2\pi) = 0$$

$$\text{ចំពោះ } k = 2q + 1 \Rightarrow x_n = \cos (2q + 1)\pi = -1$$

ដូច្នេះ កាលណា $n \rightarrow +\infty$ នោះ x_n យក ចំនួន 0 ឬ -1 ។ ដូច្នេះ ស្វ៊ីត x_n គ្មាន

លីមីតទេ ។

$$\text{ចំពោះស្វ៊ីត } y_n = \sin \pi \left(\frac{n}{p} \right) = \sin \pi \left(\frac{kp}{p} \right) = \sin(k\pi) = 0$$

ម្យ៉ាងទៀត យើងអាច មាន ចំនួន n ដែលឲ្យ $y_n = \sin \frac{\pi}{p}$ គឺថា

$$\sin \frac{n\pi}{p} = \sin \frac{\pi}{p} \Rightarrow \frac{n\pi}{p} = \frac{\pi}{p} + 2k\pi \Rightarrow n\pi = \pi + 2kp\pi$$

$n = 1 + 2kp \Rightarrow n - 1 = 2p(k)$ ។ ដូច្នេះ យើងគ្រាន់តែយក n ដែល $(n - 1)$ ជា

ពហុគុណនៃ $2p$ ។ ដូច្នេះ កាលណា $n \rightarrow +\infty$ នោះ y_n យក ចំនួន 0 ឬ $\sin \frac{\pi}{p}$ ។

ដូច្នេះ ស្វ័ត y_n គ្មាន លីមីតទេ ។

.....