8.4 រូបមន្ត បារសឺវ៉ាល (PARSEVAL)

គេអោយអនុគមន៍ខួប f , មានខួប T ហើយព្រមទាំងផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខ័ណ្ឌទាំងអស់នៃទ្រឹស្តីបទ **ឌីរីក្លេ** ។

គេបានបង្ហាញរួចមកហើយ យើងគ្រាន់តែអនុមត្តិ សន្មត់យកដោយមិនបាច់បញ្ជាក់នូវរូបមន្តខាងក្រោមនេះ ដែលហៅថារូបមន្ត **បារសឺវ៉ាល** :

$$\frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+T}[f(t)]^2 dt = a_0^2 + \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n^2+b_n^2}{2}, \quad \alpha \in R$$ **(F-8.4-a),** (ដោយ a_0, a_n, b_n ជាមេគុណ ហ្វួរីយេនៃអនុគមន៍ f យកចំនួនពិត)

- បើសេរីហ្វួរីយេ មានភាពជា :

f(t) = $a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n\cos(n\omega t + \varphi)$, ដោយ $A_n = \sqrt{{a_n}^2 + {b_n}^2}$, នោះរូបមន្ត**បារសឺវ៉ាល** ទៅជា :

$$\frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+T}[f(t)]^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty} A_n^2, \quad \alpha \in R$$ **(F-8.4-b)**

- បើសេរីហ្វួរីយេ មានភាពជា កុំផ្លិច :

f(t) = $\sum_{-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega t}$, នោះរូបមន្ត**បារសឺវ៉ាល** ទៅជា :

a/ បើ **f** ជា អនុគមន៍ យកចំនួនពិត

$$\frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+T}[f(t)]^2 dt = \sum_{-\infty}^{+\infty}|c_n|^2 = \sum_{-\infty}^{-1}|c_n|^2 + |c_0|^2 + \sum_{+1}^{+\infty}|c_n|^2$$ **(F-8.4-c1)**

b/ បើ **f** ជា អនុគមន៍ យកចំនួន កុំផ្លិច

$$\frac{1}{T}\int_{\alpha}^{\alpha+T}|f(t)|^2 dt = \sum_{-\infty}^{+\infty}|c_n|^2 = \sum_{-\infty}^{-1}|c_n|^2 + |c_0|^2 + \sum_{+1}^{+\infty}|c_n|^2$$ **(F-8.4-c2)**

ការបកស្រាយរូបមន្តបារសឺវ៉ាលតាមរូបវិជ្ជា

បើ f ជាអនុគមន៍គំរូនៃសញ្ញាអគ្គិសនី (Signal électrique) , ខួប , មានខួប T គេដឹងថា បើគេយកឯកតាអោយសមរម្យនោះ អនុភាព P (Puissance) នៃសញ្ញាគឺ

$$\mathbf{P} = \frac{1}{T}\int_{\propto}^{\propto+T}[f(t)]^2 dt$$

ដូច្នេះរូបមន្តបារសឺវ៉ាលបង្ហាញថាអនុភាពនៃសញ្ញាអាចគណនាបានដោយប្រើសេរីហ្វួរីយេនៃសញ្ញានោះ ។

<u>ឧទាហរណ៍</u> , ឧបមាយើងចង់រកអនុភាពនៃសញ្ញា :

$$\begin{cases} t \to a_0 \\ t \to a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \quad (\text{អារម្មនីក ទី } n) \end{cases}$$

នោះយើងបាន (ដោយរូបមន្តខាងលើ) :

$$P_0 = \frac{1}{T}\int_{\propto}^{\propto+T}[a_0]^2 dt = {a_0}^2$$

$$P_n = \frac{1}{T}\int_{\propto}^{\propto+T}[a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]^2 dt$$

រឺ

$$P_n = \frac{1}{T}\int_{\propto}^{\propto+T}\left[{a_n}^2 \cos^2(n\omega t) + {b_n}^2 \sin^2(n\omega t) + 2a_n b_n \cos(n\omega t)\sin(n\omega t)\right]dt$$

ដោយប្រើរូបមន្ត នៃអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ (F-3-1) §3, យើងបាន :

$$P_n = \frac{1}{2T}\int_{\propto}^{\propto+T}\left[{a_n}^2 (1+\cos(2n\omega t)) + {b_n}^2 (1-\cos(2n\omega t)) + 2a_n b_n \sin(2n\omega t)\right]dt$$

ដោយ $\int_{\propto}^{\propto+T}\cos(2n\omega t)dt = 0$ និង $\int_{\propto}^{\propto+T}\sin(2n\omega t)dt = 0$ (ព្រោះ $\omega = \frac{2\pi}{T}$), គេបាន :

$$P_n = \frac{1}{2T}\int_{\propto}^{\propto+T}({a_n}^2 + {b_n}^2)\,dt = \frac{1}{2}({a_n}^2 + {b_n}^2)$$

$$\boxed{\mathbf{P} = P_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} P_n = {a_0}^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty} {A_n}^2}$$

គឺ : (មើលរូបមន្ត **F-8 . 4 . b**)

$$A_n = \sqrt{{a_n}^2 + {b_n}^2}$$

ដូច្នេះយើងបានលទ្ធផលដូចតទៅនេះ :

អនុភាពនៃសញ្ញាដែលមានគំរូជាអនុគមន៍ថ្នាក់C^1ដោយកង់ៗលើ គឺជាផលបូកនៃអនុភាពរបស់សញ្ញា $t \to a_0$ និងអនុភាពនៃ <u>អារម្មនីក ទាំងអស់</u> (នេះគឺជាគោលការណ៍ នៃការរក្សាទុកនូវអនុភាព) ។