<u>ឧទាហរណ៍ 8-3</u>

គេអោយ f អនុគមន៍ខួប, មានខួប T = 2π និងកំនត់ដោយ :

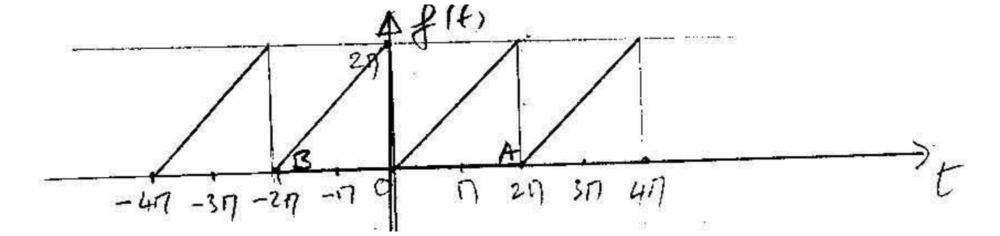
f(t) = t បើ t ∈ [0, 2π [

1°) គូរក្រាបនៃអនុគមន៍ f ក្នុងតំរុយអ័រតូកូណាល $(0, \vec{i}, \vec{j})$ លើចន្លោះ [-4π, +4π]
បន្ទាប់មកចូររកមេគុណហ្វូរីយេនៃ f

2°) បង្ហាញថា f ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខ័ណ្ឌទាំងអស់នៃទ្រឹស្តីបទឌីរីក្លេ
ហើយទាញយកការបំបែក ជាសេរីហ្វូរីយេនៃអនុគមន៍ f

<u>ចំលើយ :</u>

1°) ចំពោះសំនួរទី ១ យើងបានបកស្រាយរួចមកហើយ ចូរមើល <u>ឧទាហរណ៍-1</u> **§7** ។
លទ្ធផលគឺ :



$a_0 = \pi$ ហើយ ($a_n = 0$, $b_n = -\frac{2}{n}$, ∀ n ≥ 1)

2°) យើងយកចន្លោះ [0, 2π] ដើម្បីបញ្ជាក់លក្ខ័ណ្ឌឌីរីក្លេ

a) អនុគមន៍ f កំនត់, ជាប់និងមានដេរីវេជាប់ លើចន្លោះ [0, 2π[ព្រោះនៅលើ
ចន្លោះ [0, 2π[f ស្មើនឹងអនុគមន៍ពហុធា

b) $\lim_{\substack{t \to 2\pi \\ t < 2\pi}} f(t) = \lim_{\substack{t \to 2\pi \\ t < 2\pi}} (t) = 2\pi$

ដូច្នេះ f(2π-0) មានតំលៃពិតក្នុង R (ដោយ 2π ជាចុងនៃចន្លោះមួយខួប [0, 2π[
យើងមិនចាំបាច់រក $\lim_{\substack{t \to 2\pi \\ t > 2\pi}} f(t)$ ទេ ព្រោះវាត្រូវស្មើនឹង f(0))

c) លើចន្លោះ [0, 2π[, f’ (t) = 1

$\lim_{\substack{t \to 2\pi \\ t < 2\pi}} f'(t) = \lim_{\substack{t \to 2\pi \\ t < 2\pi}} (1) = 1$

ដូច្នេះ f’(2π-0) មានតំលៃពិតក្នុង R

ដូច្នេះតាមនិយមន័យ **B** ក្នុង §8-1, f ជាអនុគមន៍ថ្នាក់ C^1

ដោយកង់ៗលើ R ។

ជាទូទៅ អនុគមន៍ ពហុធា គឺ : $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots + a_nx^n$.

អោយ $P'(x) = 0 + a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \ldots + na_nx^{n-1}$

យើងឃើញថា P និង P' សុទ្ធតែជាអនុគមន៍ជាប់និងមានដេរីវេ

ហើយតាមទ្រឹស្តីបទ**ឌីរីក្លេ**

យើងបាន :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin n\omega t$$

$$= \pi + \sum_{n=1}^{+\infty} -\frac{2}{n}\sin nt \quad (\text{ដោយ } T = 2\pi, \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \quad)$$

រឺ

$$f(t) = \pi - 2\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(nt)}{n} \qquad (S2$$

<u>ឧទាហរណ៍ :</u> (មើលក្រាបនៃចំលើយ 1°)

- បើ $t \in]0,2\pi[$, $f(t) = t$, ដូច្នេះ ដោយ (S2) យើងបាន

  $$t = \pi - 2\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(nt)}{n}$$

- បើ $t \in]2\pi,4\pi[$, f(t) = at+b ជាបន្ទាត់ (ដោយ a = 1 ហើយ f(t) = 0 កាលណា $t=2\pi$)

  $f(t) = t - 2\pi$, ដូច្នេះ ដោយ (S2) យើងបាន

  $$t - 2\pi = \pi - 2\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(nt)}{n}$$

  ត្រង់ចំនុច $t_0 = 0$, f ដាច់ ហើយយើងឃើញថា

  $\lim\limits_{\substack{t\to 0\\ t<0}} f(t) = 2\pi$ (មើលក្រាបនៅចំលើយ 1°) ដូច្នេះ $f(0-) = 2\pi$

  $\lim\limits_{\substack{t\to 0\\ t>0}} f(t) = 0$, ដូច្នេះ $f(0+) = 0$

ហើយចំពោះចំនុច t_0 តាមទ្រឹស្តីបទឌីរីក្លេ គេបាន :

$$\frac{1}{2}[\, f(0+) + f(0-)\,] = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin nt_0 \quad (\text{ដោយ } t_0 = 0\ )$$

$$\frac{1}{2}[\,0 + 2\pi\,] = \pi \quad (\text{ព្រោះ } t_0 = 0,\ \sin nt_0 = 0\ )$$

រឺ $\pi = \pi$ ដែលបង្ហាញថា (S2) នៅតែត្រូវដដែលចំពោះចំនុច t_i

ដែលអនុគមន៍ f ដាច់ ។