5.3 គណនា b_n $(n \geq 1)$

ដើម្បីរក b_n យើងប្រើរបៀបដូច § 5 . 2 តែយើងគុណ $e(t)$ ដោយមេគុណ $\sin p\omega t$ នៅទីបញ្ចប់យើងបាន :

$$b_p = \frac{2}{T}\int_0^T e(t)\sin p\omega t\, dt, \quad \forall\, p \geq 1$$

ត្រូវចាំថា : $b_0 = 0$

ដោយប្រើ :

$$e(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos \mathrm{n}\, \omega t + b_n \sin \mathrm{n}\omega t)$$

$$e(t).sinp\omega t = a_0.sinp\omega t + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos \mathrm{n}\, \omega t.sinp\omega t + b_n \sin \mathrm{n}\omega t.sinp\omega t)$$

ដោយយកអាំងតេក្រាល :

$$\int_0^T e(t)\,.sinp\omega t\ dt$$

$$= a_0\int_0^T sinp\omega t\ \ dt$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\int_0^T cosn\omega t.\sin p\omega t\ dt + b_n\int_0^T sinn\omega t.\sin p\omega t\ dt\right)$$

$= \sum_{n\geq 1}(a_n I_n + b_n J_n)$ ដោយ $\int_0^T sinp\omega t$ dt = 0 និង

$I_n = \int_0^T cosn\omega t.\sin p\omega t\ dt,$

$J_n = \int_0^T sinn\omega t.\sin p\omega t\ dt$.

ដូច្នេះ យើងបាន :

$\int_0^T e(t)\,.sinp\omega t\ dt = \sum_{n\geq 1}(a_n I_n + b_n J_n)$, ដោយ

$I_n = \int_0^T cosn\omega t.\sin p\omega t\ dt,$

$J_n = \int_0^T sinn\omega t.\sin p\omega t\ dt$.

(6)

ដោយប្រើរូបមន្ត ទ3 និងចំណាំ, គេបាន :

$I_n = \frac{1}{2}\int_0^T [\sin(p\omega t + n\omega t) + \sin(p\omega t - n\omega t)]\,dt$

$= \frac{1}{2}\left(\int_0^T \sin(p+n)\omega t)dt + \int_0^T \sin(p-n)\omega t\, dt\right) = 0$

$J_n = \int_0^T sinn\omega t.\sin p\omega t\ dt$

$= \frac{1}{2}\int_0^T [\cos(n\omega t - p\omega t) - \cos(n\omega t + p\omega t)]dt$

$= \frac{1}{2}\left(\int_0^T cos\,(n-p)\,\omega t\, dt - \int_0^T \cos(n+p)\omega t\, dt\right)$

$= \frac{1}{2}\int_0^T \cos(n-p)\omega t\, dt$, ដោយ $\int_0^T \cos(n+p)\,\omega t\,dt = 0$(ព្រោះ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

ហើយកាលណា t =T , $\omega t = \frac{2\pi}{T}.T = 2\pi$)

ដូច្នេះ : $J_n = 0$ បើ $n \neq p$ (ដោយ ចំណាំ)

បើ n = p យើងបាន $J_n = \frac{1}{2}\int_0^T dt = \frac{1}{2}$T (ព្រោះ cos 0 = 1)

ដូច្នេះ $J_n = \begin{cases} 0 & \text{បើ } n \neq p \\ \frac{T}{2} \text{ បើ } n = p, & \text{ហើយ } J_p = \frac{T}{2} \end{cases}$; និង $I_n = 0, \forall n \geq 1$.

ដោយ (6) ,

$$\int_0^T e(t).sinp\omega t\ dt = \sum_{n\geq 1}(a_n I_n + b_n J_n)$$

$= \sum_{n\geq 1}(b_n J_n)$, (ដោយ $I_n = 0$)

$= b_p J_p + \sum_{\substack{n\geq 1\\ n\neq p}} b_n J_n$, តែ $J_n = 0$ ចំពោះ $n \neq p$, ដូច្នេះ

$\int_0^T e(t).sinp\omega t\ dt = b_p.\frac{T}{2}$ => $b_p = \frac{2}{T}.\int_0^T e(t).\sin p\omega t.dt$

<u>បើសង្ខេបទៅយើងបាន :</u>

$$\boxed{\begin{array}{l} a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T e(t)dt\,;\quad b_0 = 0 \\ a_n = \frac{2}{T}\int_0^T e(t)\cos n\omega t.dt\ ;\quad b_n = \frac{2}{T}.\int_0^T e(t).\sin n\omega t.dt \\ \text{ដោយ} : \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ និង } n \in N^* \quad (n \geq 1) \end{array}} \qquad \boxed{\textbf{(7)}}$$

<u>សង្កេត</u> :

ដើម្បីសម្រួលក្នុងការគណនាអាំងតេក្រាល I_n និង J_n យើងបានយកចន្លោះប្រវែងមួយខួប ពីសូន្យទៅ T តែយើងក៏អាចយកចន្លោះ $[\alpha,\alpha+T]$ ក៏បានដែរ ហើយលទ្ធផលមេគុណ a_0, a_n និង b_n ក៏នៅតែដដែល, ព្រោះថាពី α ទៅ $\alpha+T$ ប្រវែងនៅតែមួយខួបដដែល ពោលគឺ :

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{\propto}^{\propto+T} e(t)dt\ ;\quad b_0 = 0$$
$$a_n = \frac{2}{T}\int_{\propto}^{\propto+T} e(t)\cos n\omega t.\,dt\ \ ;\ \ b_n = \frac{2}{T}.\int_{\propto}^{\propto+T} e(t).\sin n\omega t.\,dt$$
ដោយ : $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $\propto \epsilon R$ និង $n \epsilon N^*$ $(n \geq 1)$ **(8)**

- គេប្រើរូបមន្ត (8) នៅពេលណាដែល e ជាអនុគមន៍ គូ រឺ ជាអនុគមន៍សេស នៅពេលនោះគេយក $\propto = -\frac{T}{2}$
- ដើម្បីរករូបមន្ត (8) ត្រូវត្រឡប់ទៅរកន័យដើមរបស់ I_n នៅ §5.2 និង §5.3 ដោយគណនា អាំងតេក្រាល

មិនមែនពី 0 ទៅ T នោះទេ តែពី α ទៅ $\alpha+T$ វិញ ។ ដោយ §5.2 យើងមាន :

$$I_n = \frac{1}{2}\left[\int_0^T \cos(n+p)\,\omega t dt + \int_0^T \cos\,(n-p)\omega t dt\right]$$

ទៅជា :

$$I_n = \frac{1}{2}\left[\int_{\propto}^{\propto+T} \cos(n+p)\,\omega t dt + \int_{\propto}^{\propto+T} \cos\,(n-p)\omega t dt\right]$$

បន្ទាប់មក លទ្ធផលឯទៀតក៏ផ្អែកតែទៅលើ <u>ចំណាំ</u>នៅ §5.1 ទាំងអស់, ដូច្នេះដើម្បីបកស្រាយនូវរូបមន្ត (8) ខាងលើ យើងគ្រាន់តែផ្លូវអាំងតេក្រាល នៃចំណាំនោះ ពី សូន្យ ទៅ T មកជាពី α ទៅ $(\alpha+T)$ វិញ, ពោលគឺ :

<u>ចំណាំ - 1</u>

$$\int_{\propto}^{\propto+T} \sin k\omega t \, dt = \int_{\propto}^{\propto+T} \cos k\omega t \, dt = 0$$

ដោយ $\propto \epsilon R, k \epsilon N^*$ និង $= \omega = \frac{2\pi}{T}$

(9)

ត្រូវបង្ហាញថា :

$$\int_{\propto}^{\propto+T} \sin k\omega t \, dt = 0$$

$$\int_{\propto}^{\propto+T} \sin k\omega t \, dt = \frac{1}{k\omega} \left[-\cos k\omega t\right]_{\propto}^{\propto+T}$$

$$= \frac{-1}{k\omega}[\cos k\omega(\alpha + T) - \cos k\omega\alpha]$$

$$= \frac{-1}{k\omega}[\cos k\frac{2\pi}{T}(\alpha + T) - \cos k\frac{2\pi}{T}\alpha]$$

$$= \frac{-1}{k\omega}[\cos(k\frac{2\pi}{T}\propto + k\frac{2\pi}{T}T) - \cos k\frac{2\pi}{T}\alpha]$$

$$= \frac{-1}{k\omega}[\cos(k\frac{2\pi}{T}\propto + k.2\pi) - \cos k\frac{2\pi}{T}\alpha]$$

$= 0$ ដោយ $\cos\left(k\frac{2\pi}{T}\propto + k.2\pi\right) = \cos k\frac{2\pi}{T}\propto$ ។

ត្រូវបង្ហាញថា : $\int_{\propto}^{\propto+T} \cos k\omega t \, dt = 0$

$$\int_{\propto}^{\propto+T} \cos k\omega t \, dt = \frac{1}{k\omega} \left[\sin k\omega t\right]_{\propto}^{\propto+T}$$

$$= \frac{1}{k\omega}[\sin k\omega(\alpha + T) - \sin k\omega\alpha]$$

$$= \frac{1}{k\omega}[\sin k\frac{2\pi}{T}(\alpha + T) - \sin k\frac{2\pi}{T}\alpha]$$

$$= \frac{1}{k\omega}[\sin(k\frac{2\pi}{T}\propto + k\frac{2\pi}{T}T) - \sin k\frac{2\pi}{T}\alpha]$$

$$= \frac{1}{k\omega}[\sin(k\frac{2\pi}{T}\propto + k.2\pi) - \sin k\frac{2\pi}{T}\alpha]$$

$= 0$ ដោយ $\sin\left(k\frac{2\pi}{T}\propto + k.2\pi\right) = \sin k\frac{2\pi}{T}\propto$ ។

ដូច្នេះ យើងបានរូបមន្ត (9) ខាងលើនេះហើយ ។