G. ទ្រឹស្តីបទ តម្លៃដើម និងតម្លៃចុង (Théorème de la valeur initiale et de la valeur finale).

បើ $f(t) = e^{rt}.U(t)$, នោះ $F(p) = \frac{1}{p-r}$ នឹងខិតជិតសូន្យ កាលណា p ខិតជិត $+\infty$ ។

កម្មសិទ្ធនេះ នៅតែត្រូវដដែល កាលណា គេគុណ នឹង t^n ឬ ដោយរំកិល និង ដោយ លីនេអារីតេ [1](linéarité) ជាមួយនឹងអនុគមន៍ក្នុង E_0 ។

គេយកដោយសន្មត នូវទ្រឹស្តីបទ ពីរខាងក្រោមនេះ ៖

ទ្រឹស្តីបទ តម្លៃដើម ៖

បើ អនុគមន៍ f ក្នុង E_0 មាន F ជាបំប្លែងឡាប្លាស នោះមិនត្រឹមតែ $\lim_{p\to+\infty} F(p) = 0$ ប៉ុណ្ណោះទេ តែថែមទាំង ៖ $$\lim_{p\to+\infty} p\,F(p) = f(0^+)$$	**T-3-G-01**

ទ្រឹស្តីបទ តម្លៃចុង ៖

បើ អនុគមន៍ f ក្នុង E_0 មាន F ជាបំប្លែងឡាប្លាស ហើយបើ $\lim_{t\to+\infty} f(t)$ មាន និងជាចំនួនមិនអនន្ត នោះ ៖ $$\lim_{p\to 0} p\,F(p) = \lim_{t\to+\infty} f(t)$$	**T-3-G-02**

[1] ដូចគ្នានឹងពាក្យ លីនេអ៊ែ គ្រាន់តែ លីនេអ៊ែ ជាគុណនាម ហើយ លីនេអារីតេ ជានាម

ឧទាហរណ៍-1

គេឲ្យ $f(t) = e^{rt}U(t)$ **(1)**

- បើ $p > Re(r)$ នោះ $F(p) = \frac{1}{p-r}$;

  យើងឃើញថា ទ្រឹស្តីបទ **<u>តម្លៃដើម</u>**ត្រូវ:

  $\lim_{p\to+\infty} pF(p) = \lim_{p\to+\infty} \frac{p}{p-r} = 1 = f(0^+)$ ដោយ (1) ។

  ឥឡូវយើងមើល ទ្រឹស្តីបទ **<u>តម្លៃចុង</u>** ម្តង ៖

- បើ $Re(r) < 0$ នោះ $\lim_{t\to+\infty} f(t) = 0$ [មើល(1)] **(2),** ហើយ

  $\mathbf{\lim_{p\to 0} pf(p)} = \lim_{p\to 0} \frac{p}{p-r} = \lim_{p\to 0} \frac{p}{p(1-\frac{r}{p})} = \lim_{p\to 0} \frac{1}{1-\frac{r}{p}} = 0 = \mathbf{\lim_{t\to+\infty} f(t)}$ [(2)]

- បើ $Re(r) = 0$ នោះ $f(t) = U(t)$ ហើយ $F(p) = \frac{1}{p}$, ដូច្នេះ ៖

  $\lim_{t\to+\infty} f(t) = \lim_{t\to+\infty} U(t)$ ។ លីមីតនេះមាន ហើយស្មើនឹង 1 ។

  ដូច្នេះ យើងឃើញថា $\mathbf{\lim_{p\to 0} pF(p) = 1 = \lim_{t\to+\infty} f(t)}$ ។

  ដូច្នេះ ឃើញថា ទាំងពីរ ករណីនេះ ទ្រឹស្តីបទ តម្លៃចុង ផ្ទៀងផ្ទាត់ ។

  តែ បើ គេយកអនុគមន៍ : $t \to f(t) = e^{2t}U(t)$ នោះ $\lim_{t\to+\infty} f(t) = +\infty$ ហើយនៅ ពេលនោះ ទ្រឹស្តីបទតម្លៃចុង ពុំអាចយកមកប្រើបានទេ ព្រោះ លីមីត ទៅអនន្ត ។

ឧទាហរណ៍-2

គេឲ្យ $g(t) = (\cos(t))U(t)$. បំពោះ $p > 0$, យើងបាន : $G(p) = \frac{p}{p^2+1}$.

$\lim_{p\to+\infty} pG(p) = 1 = g(0^+)$ ដូច្នេះ ទ្រឹស្តីបទ **<u>តម្លៃដើម</u>**ត្រូវ ។

ចូរសង្កេតថា លីមីត $pG(p)$ កាលណា p ខិតជិតសូន្យ មាន ហើយស្មើនឹងសូន្យ ។ តែ លីមីត នៃ $g(t)$ កាលណា t ខិតជិត $+\infty$ នោះអត់មាន ដូច្នេះ ទ្រឹស្តីបទ **<u>តម្លៃចុង</u>** យកមកប្រើមិនបានឡើយ ។

<u>សង្កេត</u>

ទ្រឹស្តីបទតម្លៃដើម គេប្រើនៅរូបសាស្ត្រ ដើម្បីរក លក្ខខ័ណ្ឌដើម ហើយ ទ្រឹស្តីបទតម្លៃចុង ដើម្បីដឹងការប្រព្រឹត្តទៅនៃប្រព័ន្ធ (système) *កាលណា* t *ខិតជិត* $+\infty$ *។*