

III. កម្មសិទ្ធិរបស់បំប្លែងឡាប្លាស ក្នុង E_0

ការរំលឹក

នៅក្នុងប្រព័ន្ធដែលមានបំប្លែងឡាប្លាសទាំងពួង ត្រូវយល់ ដោយមិនចាំបាច់ បញ្ជាក់ គឺថា៖ p នៅក្នុងចន្លោះដែល បំប្លែងឡាប្លាសទាំងនោះ មានកំនត់ ទាំងអស់គ្នា ។

A. លីនេអារីតេ (linéarité)

បើ f និង g ជាធាតុនៃ E_0 ដែលមានបំប្លែងឡាប្លាស F និង G ហើយបើ α និង β

ជាចំនួន កុំផ្លិចជាទូទៅ នោះបំប្លែងឡាប្លាស នៃអនុគមន៍ $h = \alpha f + \beta g$ គឺ

$$H = \alpha F + \beta G .$$

អនុគមន៍ H កំនត់ក្នុងចន្លោះ $] \sigma(h); +\infty[$ ដោយ $\sigma(h)$ ជាចំនួនពិតដែលធំជាងគេក្នុង

ចំណោមចំនួនពិតនៃស្វ័យគុណ នៃអនុគមន៍មានក្នុង f និង g ។

កម្មសិទ្ធិនេះ អាចបង្ហាញបានដោយសំងាត់លើ លីនេអារីតេ នៃអាំងតេក្រាលទូទៅ (ដោយ សន្មតថាអាំងតេក្រាលទាំងនោះ រួមតែមួយ (convergente)) ។

$$\mathcal{L}[\alpha f + \beta g](p) = \alpha \mathcal{L}[f](p) + \beta \mathcal{L}[g](p)$$

រឺ

$$\alpha f(t) + \beta g(t) \supset \alpha F(p) + \beta G(p)$$

ឧទាហរណ៍

ចូររកបំប្លែងឡាប្លាស នៃអនុគមន៍ f និង g កំណត់ដោយ ៖

$$f(t) = (\cos(t))U(t) \quad \text{និង} \quad g(t) = (\sin(t))U(t)$$

យើងតាង៖

$h_1(t) = e^{it} U(t)$ និង $h_2(t) = e^{-it} U(t)$ ។ យើងបានដោយ (F-2-D-02)

$$H_1(p) = \frac{1}{p-i} \text{ ដោយ } \sigma(h_1) = 0 \text{ និង } \mathcal{L}(h_1) = H_1$$

និង

$$H_2(p) = \frac{1}{p+i} \text{ ដោយ } \sigma(h_2) = 0 \text{ និង } \mathcal{L}(h_2) = H_2$$

ដោយ $f = \frac{1}{2} h_1 + \frac{1}{2} h_2$ ហើយដោយ លីនេអារីតេ យើងបាន៖

$$\mathcal{L}(f) = \frac{1}{2} \mathcal{L}(h_1) + \frac{1}{2} \mathcal{L}(h_2) = \frac{1}{2} H_1 + \frac{1}{2} H_2$$

ដូច្នេះ ៖

$$[\mathcal{L}(f)](p) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p-i} + \frac{1}{p+i} \right) = \frac{p}{p^2+1} \quad \text{ចំពោះ } p > 0$$

$$\boxed{\cos(t) \cdot U(t) \supset \frac{p}{p^2+1} \quad \text{ចំពោះ } p > 0} \quad (\text{F-3-A-01})$$

ក៏ដូចគ្នាដែរ ៖

$$g = \frac{1}{2i} h_1 - \frac{1}{2i} h_2 \text{ ហើយដោយ លីនេអារីតេ យើងបាន៖}$$

$$\boxed{\sin(t) \cdot U(t) \supset \frac{1}{p^2+1} \quad \text{ចំពោះ } p > 0} \quad (\text{F-3-A-02})$$