

C. ការមាននៃ $\int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt} dt$ ដោយ f ជាធាតុមួយនៃ E_0

ដោយធ្វើ អាំងតេក្រាលដោយផ្នែកបន្តបន្ទាប់គ្នា ហើយនិងលក្ខខណ្ឌ(Cond-2-B-01)

អាចឲ្យសន្និដ្ឋានបាននូវ ការរួមតែមួយអាបសូលុយ នៃអាំងតេក្រាល ៖

$$\int_0^{+\infty} t^n e^{rt} e^{-pt} dt \quad \text{និង}$$

$$\int_0^{+\infty} U(t-\alpha) t^n e^{rt} e^{-pt} dt$$

និយមន័យ ៖

បើអនុគមន៍ g មានរាងជា $t \rightarrow g(t) = kU(t-\alpha) t^n e^{rt}$, ដោយ
 $k \in R$,
 r កុំផ្លិច, $\alpha \in R^+$ (ចំនួនពិតវិជ្ជមាន), នោះចំនួនកុំផ្លិច r ហៅថា
ស្វ័យគុណ នៃអនុគមន៍ g (r est appelé **exposant** de la fonction g)។

D-2-C-01

ចំពោះអនុគមន៍ f ក្នុង E_0 ដែលជាបន្សំលីនេអ៊ែ (combinaison linéaire) នៃអនុគមន៍
 មានរាង $t \rightarrow U(t-\alpha) t^n e^{rt}$ យើងមានកម្មសិទ្ធិ (propriété)ដូចតទៅ ៖

កម្មសិទ្ធិ និងនិយមន័យ៖

គេសន្មតកម្មសិទ្ធិខាងក្រោមនេះ ៖

$\int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt} dt$ ជាអាំងតេក្រាល រួមតែមួយអាបសូលុយ (absolument
 convergente) បើ p ជាចំនួនពិត នៅក្នុងចន្លោះ $] \sigma(f) ; +\infty[$ ដោយ
 $\sigma(f)$ ជាចំនួនធំបំផុតក្នុងចំណោម ផ្នែកចំនួនពិត នៃស្វ័យគុណ
 ទាំងឡាយរបស់ អនុគមន៍ដែលចូលក្នុងបន្សំលីនេអ៊ែ ។
 ចំនួនពិត $\sigma(f)$ ហៅថា **អាបស៊ីសរួមតែមួយ** នៃអនុគមន៍ f ។

P-2-C-01

សង្ខេប

$\sigma(f)$ ជាស្វ័យគុណនៃអនុគមន៍ f ដូច្នេះ ជាចំនួនពិតនៃចំនួនកុំផ្លិច ហើយដោយបន្សំលីនេអ៊ែរ នោះចំនួនពិតនៃចំនួនកុំផ្លិចមានច្រើន ហើយនៅទីនេះ $\sigma(f)$ ជាចំនួនពិតដែលជំពាក់គេ។ យើងដឹងហើយក្នុង(Cond-2-B-01) ថាដើម្បីមានការរួមតែមួយអាបសូលុយ ត្រូវ p ជំពាក់ $\text{Re}(r)$ ហេតុនេះហើយបានជានៅក្នុងកម្មសិទ្ធិខាងលើ P-2-C-01 $p \in]\sigma(f); +\infty[$ បានន័យថា $p > \sigma(f)$ ។

ដូច្នេះ កម្មសិទ្ធិ P-2-C-01 ជា លក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ (condition suffisante) ដើម្បីមានការរួមតែមួយអាបសូលុយ ដែលក៏ជាការរួមតែមួយដែរ ។

ឧទាហរណ៍ (ក្នុងការបកស្រាយ P-2-C-01)

ឧបមាគេឲ្យអនុគមន៍ f នៅក្នុង E_0 កំនត់ ដោយ ចំពោះ $t \in \mathbb{R}$

$$f(t) = e^{2t} \cos(3t) U(t) + te^t \sin(t) U(t - \pi) \quad (1)$$

យើងត្រូវមើលបញ្ជាក់ ថា f ជាបន្សំលីនេអ៊ែរ នៃអនុគមន៍មានរាងដូចជា

$$t \rightarrow U(t - \alpha)t^n e^{rt} \quad (2)$$

ព្រោះថាដោយប្រើរូបមន្តអឺលែរ (Euler) $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$; $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$

(1) ទៅជា ៖

$$\begin{aligned} f(t) &= e^{2t} \left(\frac{e^{i3t} + e^{-i3t}}{2} \right) U(t) + te^t \left(\frac{e^{it} - e^{-it}}{2i} \right) U(t - \pi) \\ &= \frac{1}{2} U(t) [e^{(2+i3)t} + e^{(2-i3)t}] + \frac{1}{2i} U(t - \pi) t [e^{(1+i)t} - e^{(1-i)t}] \\ &= \frac{1}{2} U(t) e^{(2+i3)t} + \frac{1}{2} U(t) e^{(2-i3)t} + \frac{1}{2i} U(t - \pi) t e^{(1+i)t} - \frac{1}{2i} U(t - \pi) t e^{(1-i)t} \quad (3) \end{aligned}$$

(3) បង្ហាញថា f ជាបន្សំលីនេអ៊ែរ នៃអនុគមន៍មានរាងដូច (2) ដោយ $\lambda = \frac{1}{2}, \mu = \frac{1}{2i}$

ដូច្នេះ f ជាអនុគមន៍ក្នុង E_0 តាមនិយមន័យ (D-1-2-B-01) ។

ដើម្បី រក $\sigma(f)$ ក្នុង (P-2-C-01) យើង រកចំនួនពិតដែលជំពាក់គេ ក្នុងចំណោម

ចំនួន កុំផ្លិច $(2 + i3), (2 - i3), (1 + i), (1 - i)$ នៅក្នុង (3) ហើយយើងឃើញថា
 $\sigma(f) = 2$ ។ ដូច្នេះ ចំពោះ $p \in]\sigma(f); +\infty[$, ដោយ (P-2-C-01) $\int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt}$
 ដោយរួមតែមួយអាចស្នូល ក៏រួមតែមួយ ។